

VŠB – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra mechaniky

Modelování proudění vzduchu ve vnitřním prostoru speciálního  
vozidla

Modeling of Airflow in the Inner Space of Special Vehicles

Student:

Bc. Vít Sebera

Vedoucí diplomové práce:

prof. Ing. Petr Horyl, CSc., dr.h.c

Ostrava 2012

## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Vít Sebera**  
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství  
Studijní obor: 3901T003 Aplikovaná mechanika  
Téma: Modelování proudění vzduchu ve vnitřním prostoru speciálního vozidla  
Modeling of Airflow in the Inner Space of Special Vehicles

Zásady pro vypracování:

1. Ověření počítačového modelování proudění v programu CFX pro prostor tvaru krychle
2. Modelování proudění v reálném prostoru vozidla
3. Počítačová simulace testu na ohřev z extrémních podmínek -23o C
4. Stanovení potřebného výkonu pro ohřev na základě provedených výpočtů
5. Závěrečná diskuse a zhodnocení výsledků simulací

Seznam doporučené odborné literatury:

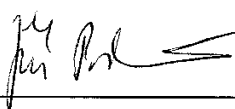
- [1] ANSYS® ANSYS Academic Research, Release 13.0, Help System  
[2] Blejchař T. Návody do cvičení "Modelování proudění" - CFX, VŠB-TU Ostrava, 2009, pp. 138  
[3] Kozubková, M., Drábková, S.: Numerické modelování proudění. [Online]. c2003.  
Ostrava: VŠB – TUO, 116 s, poslední revize 6.1.2005, [cit. 2006-08-14].  
Dostupné z: <URL: <http://www.338.vsb.cz/studium9.htm>>.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Petr Horyl, CSc., dr.h.c.**

Datum zadání: 16.12.2011

Datum odevzdání: 21.05.2012

  
\_\_\_\_\_  
doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.  
vedoucí katedry



  
\_\_\_\_\_  
prof. Ing. Radim Farana, CSc.  
děkan fakulty

***Místopřísežné prohlášení studenta***

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu

V Ostravě ..... 21. 5. 2012

.....  
Vik Yekun

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на ве́домі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- было с́една́но, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- было с́една́но, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на ве́домі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 21.5.2012  
.....

Vít Sebera  
.....  
podpis studenta

Vít Sebera

Okružní 1125, Bohumín

#### Anotace diplomové práce

SEBERA. V. *Modelování proudění vzduchu ve vnitřním prostoru speciálního vozidla: diplomová práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, 2012, 80 s. Vedoucí práce: Horyl P.

Diplomová práce se zabývá simulací vyhřívání a klimatizací prostoru speciálního vozidla. Cílem je stanovení potřebného výkonu průtokového ohřívače a klimatizační jednotky tak, aby za stálého provozu byla teplota ve vozidle ustálená na požadované hodnotě. Druhotným cílem je zajištění co nejrychlejšího vyhřívání prostoru vozidla. Modelování a výpočty budou provedeny v programu ANSYS 13.

#### Annotation of Master thesis

SEBERA. V. *Modeling of Airflow in the Inner Space of Special Vehicles: Master thesis*. Ostrava : VŠB –Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of mechanics, 2012, 80 p. Thesis head: Horyl P.

My master thesis will simulate the heating and air conditioning of the interior space of a special vehicle. I need to determine what the power requirements will be for the heater or air conditioning unit when they are both set to full power. The temperature inside vehicle will have to be stable and not exceed a required level. Next I must design a way to speed up heating, but still maintain the required temperature level. All of my modeling and calculations will be done in the ANSYS 13 software package.

# ***Obsah diplomové práce***

1. ÚVOD .....	10
1.1. POPIS ZADÁNÍ PROBLÉMU .....	10
2. ZÁKLADY TEORIE PROUDĚNÍ .....	14
2.1. TEORIE TURBULENCE .....	15
2.2. ROVNICE POPISUJÍCÍ POHYB TEKUTINY .....	17
2.2. OKRAJOVÉ PODMÍNKY PROUDĚNÍ NESTLAČITELNÉ TEKUTINY .....	19
3. MODELOVÁNÍ TURBULENTNÍHO PROUDĚNÍ .....	22
3.1. REYNOLDSOVO STŘEDOVÁNÍ .....	23
3.2. STATISTICKÉ MODEL Y TURBULENCE .....	24
4. VÝPOČTOVÉ SÍTĚ .....	26
4.1. TYPY VÝPOČTOVÝCH SÍTÍ .....	27
4.2. METODA KONEČNÝCH OBJEMŮ .....	29
5. PŘENOS TEPLA .....	30
5.1. PŘENOS TEPLA KONDUKČÍ .....	30
5.2. PŘENOS TEPLA KONVEKČÍ .....	31
5.3. MATEMATICKÝ MODEL PŘESTUPU TEPLA .....	33
6. VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ .....	34
6.1. VÝPOČET POTŘEBNÝCH PARAMETRŮ .....	35
6.2. TVORBA GEOMETRIE .....	38
6.3. TVORBA MODELU .....	39
6.4. OKRAJOVÉ PODMÍNKY .....	43
6.4.1. POČÁTEČNÍ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY PRO OHŘEV .....	45
6.4.2. POČÁTEČNÍ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY PRO CHLAZENÍ .....	53
7. VÝSLEDKY .....	55
8. ZRYCHLENÍ VYHŘÍVÁNÍ .....	64

9. ZÁVĚR.....	66
10. POUŽITÁ LITARATURA.....	68
PŘÍLOHY .....	70

# Seznam použitých značek a symbolů:

a	součinitel teplotní vodivosti	$[m^2/s]$
c	měrná tepelná kapacita	$[J/kg \cdot K]$
c	konstanta	$[-]$
C	libovolná veličina	$[-]$
D	hydraulický průměr	$[m]$
Gr	Grashofovo kritérium	$[1]$
h	entalpie	$[J/kg]$
I	Intenzita turbulence	$[%]$
k	turbulentní kinetická energie	$[m^2/s^2]$
l	délkové měřítko	$[m]$
L	charakteristický rozměr	$[m]$
n	konstanta	$[-]$
Nu	Nusseltovo kritérium	$[1]$
P	výkon	$[W]$
Pr	Prandtlovo kritérium	$[1]$
q	hustota tepelného toku	$[W/m^2]$
Qm	hmotnostní průtok	$[kg/s]$
Qv	objemový průtok	$[m^3/s]$
Re	Reynoldsovo číslo	$[1]$
S	plocha	$[m^2]$
t	tloušťka stěny	$[m]$
t	teplota	$[^{\circ}C]$



$t$	časové měřítko	[ s ]
$T$	absolutní teplota	[ K ]
$u,v,w$	rychlost	[ m/s ]
$x,y,z$	souřadnice v kartézském systému	[ m ]
$\alpha$	součinitel přestupu tepla	[ W/m <sup>2</sup> · K ]
$\varepsilon$	součinitel emisivity	[ 1 ]
$\varepsilon$	rychlost disipace	[ m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]
$\eta$	dynamická viskozita	[ Pa · s ]
$\lambda$	součinitel tepelné vodivosti	[ W/m · K ]
$\nu$	kinematická viskozita	[ m <sup>2</sup> /s ]
$\rho$	hustota	[ kg/m <sup>3</sup> ]

# ***1. ÚVOD***

Většina z nás už určitě zažila situaci, kdy po celonočním mrazu musíte nastoupit do promrzlého auta a jet do práce, školy či kamkoliv jinam. Jelikož jsme si tohoto případu vědomi, vstaneme trochu dříve, abychom auto rozmrazili a vytopili. Tento proces obvykle zabere nějaký čas. Představte si ale situaci, kdy tento čas nemáte a musíte nutně co nejrychleji odjet a určitě to není nic příjemného sedět, řídit či dokonce provádět první pomoc v takto promrzlém vozidle. V této diplomové práci se budu zabývat řešením problému vyhřívání speciálního vozidla. Speciálního proto, že se bude jednat o obecné vozidlo např. sanitku, které musí být připraveno během krátké chvíle na plnění svého úkolu, na kterém mohou i záležet lidské životy.

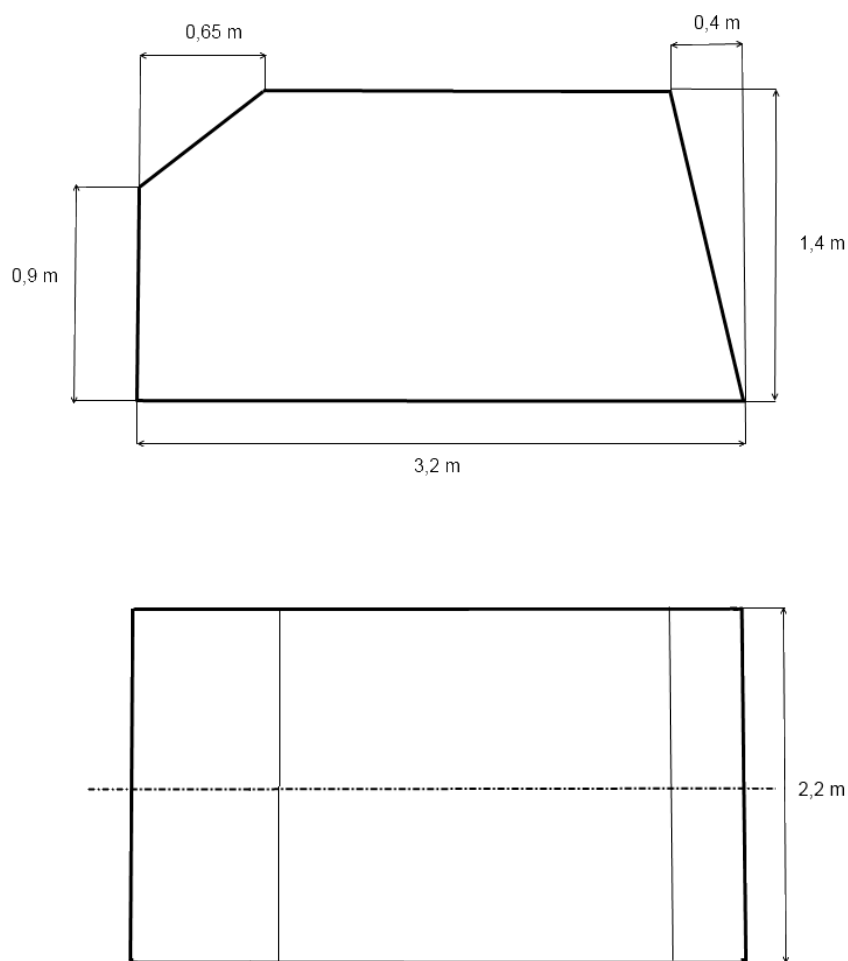
V první části práce se budu zabývat tvorbou počítačového modelu interiéru vozidla zadaných rozměrů, podle kterého bude možné navrhnout výkon průtokového ohřívače vzduchu pro různé podmínky a zadaná kritéria tak, aby teplota uvnitř vozidla byla ustálená na požadované teplotě za stálého příkonu ohřívače. Tento stanovený výkon poté bude sloužit jako vstupní údaj pro konstruktéra, který takovýto ohřívač navrhne. Druhá část práce bude spočívat ve využití tohoto modelu k úloze chlazení vozidla v případě velkých okolních teplot. Řešení uvedeného problému bude vyžadovat spojení několika vědních oborů. Bude se jednat hlavně o výpočty spojené s přestupem tepla a prouděním vzduchu. Práce bude řešena pomocí počítačového prostředí Workbench ANSYS 13. Geometrie bude vytvořena v modulu Design Modeler, síť vytvořena v modulu Mesh. Pro zadání okrajových podmínek a nastavení výpočtu bude použit modul CFX-Pre. Řešení modelu proběhne v modulu CFX-Solver. Vyhodnocení výsledků bude provedeno v CFD-Post.

## ***1.1. POPIS ZADÁNÍ PROBLÉMU***

Jako oblast řešení proudění je zadána zjednodušená část vozidla, která slouží k převozu osob nebo nákladu. Nebude řešena motorová část vozidla. Délka této oblasti je 3,2m, výška 1,4 metru a šířka 2,2m. Zadní a přední část vozidla jsou zkoseny, boky vozidla jsou kolmé. Interiér vozidla bude také zjednodušen a to tak, že nebude obsahovat žádné komponenty obvyklé pro vozidla např. sedačky, palubní desku atd. Jediný prvkem, který se bude v interiéru vyskytovat je

krychle znázorňující průtokový ohříváč ( klimatizační jednotku ) o rozměrech 0,3 x 0,3 m, který bude umístěn v pravé přední části vozidla. Objemový průtok nasávání ohříváče je zadán  $0,05\text{m}^3/\text{s}$ . Výfukové otvory jsou definovány 12 obdélníkovými otvory o rozměrech 0,02 x 0,1 m. Poloha otvorů v prostoru vozidla není předem stanovena. Stěna vozidla se skládá ze dvou částí. Vnější plášť jako ocelový plech tloušťky 2 mm a izolace v podobě polystyrenu tloušťky 15 mm. Tato stěna pokrývá celé vozidlo. V pravé přední části vozidla se nachází motor a teplo vycházející z motoru bude modelováno teplotním tokem o velikosti  $150\text{ W/m}^2$ .

Pro řešení vyhřívání bude výchozí teplota okolí, pláště a vzduchu uvnitř vozidla  $-23^\circ\text{C}$ . Vzduch se bude ohřívat tak aby teplota ve třech stanovených kontrolních bodech uvnitř vozidla byla ustálená kolem  $20^\circ\text{C}$  a rozdíl mezi těmito třemi stanovenými body nebyl větší než  $8^\circ\text{C}$ . Při řešení ochlazování bude výchozí teplota  $33^\circ\text{C}$  a chladit se bude na průměrnou teplotu  $20^\circ\text{C}$ . Teplota se bude opět kontrolovat ve stejných třech bodech jako při ohřevu.



Obrázek 1 – Zadané rozměry prostoru vozidla

Zadané materiálové vlastnosti:

ocel:

hustota  $\rho_{ocel} = 7850 \text{ kg/m}^3$

měrná tepelná kapacita  $c_{ocel} = 460 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

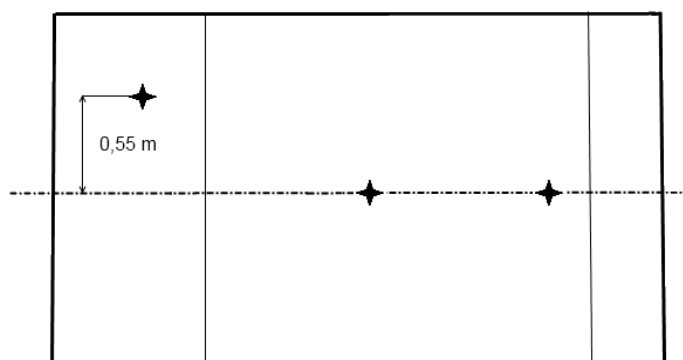
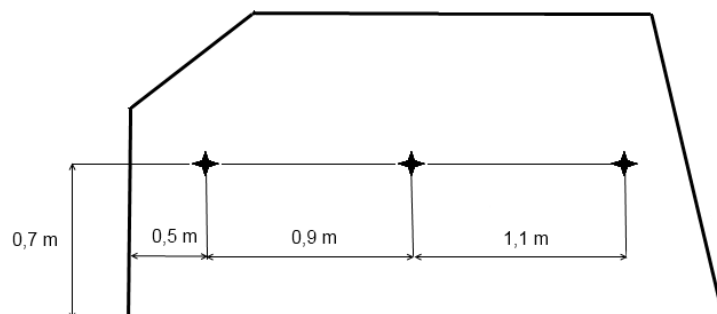
součinitel tepelné vodivosti  $\lambda_{ocel} = 48 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

polystyrén:

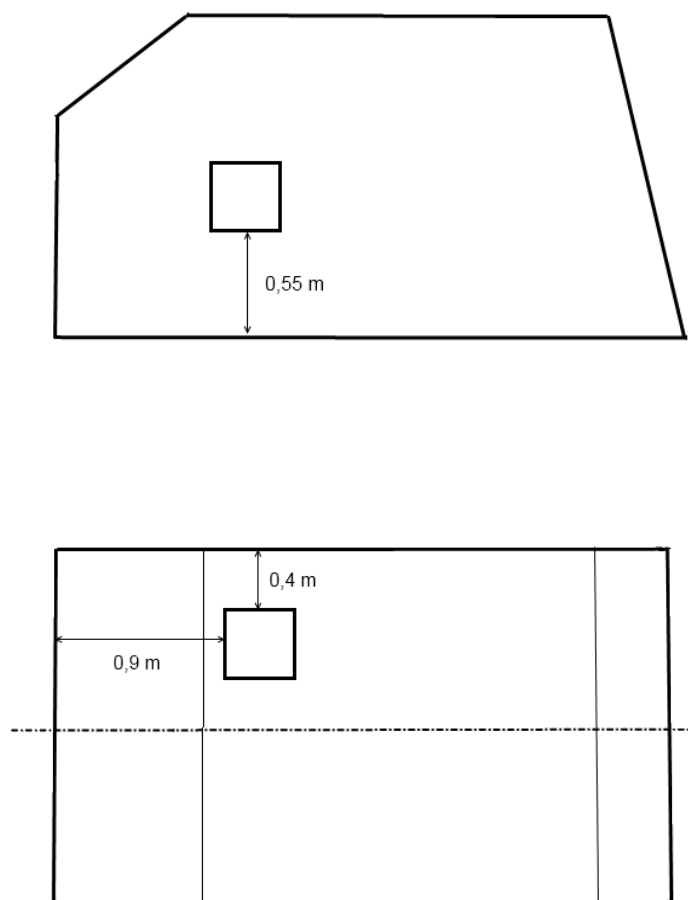
hustota  $\rho_{pol} = 80 \text{ kg/m}^3$

měrná tepelná kapacita  $c_{pol} = 1260 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

součinitel tepelné vodivosti  $\lambda_{pol} = 0,03 \text{ W/m} \cdot \text{K}$



Obrázek 2 – Umístění kontrolních bodů v prostoru vozidla



Obrázek 3 – Umístění průtokového ohřívače, klimatizační jednotky

## 2. ZÁKLADY TEORIE PROUDĚNÍ

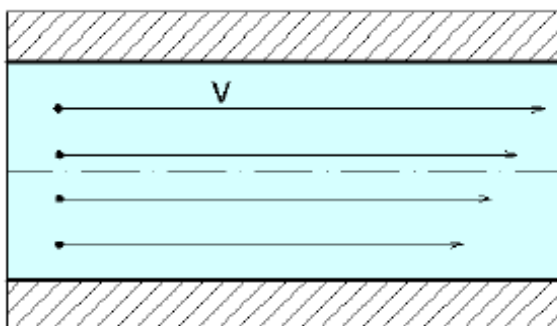
V následující kapitole se budu stručně zabývat popsáním základů numerického modelování pohybu a přenosových jevů v kapalinách. Numerické modelování pohybu tekutiny souvisí s řešením fyzikálních jevů, které je třeba matematicky popsat např.

- laminární a turbulentní proudění
- stlačitelné a nestlačitelné proudění
- stacionární, nestacionární proudění
- přenos tepla, konvekce, radiace.

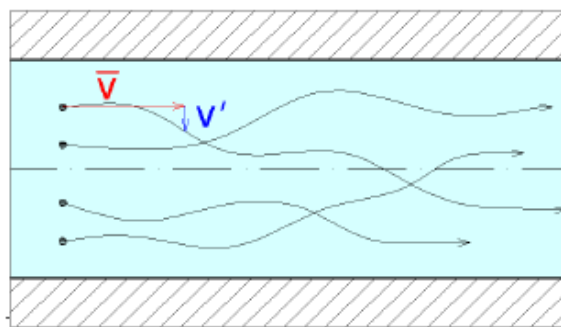
Jedná se o děje rovinné, osově symetrické či prostorové a jako takové jsou popsány soustavou parciálních diferenciálních rovnic.

V mechanice tekutin se definují dva základní typy proudění. [1]

- a) Laminární proudění: rychlost proudící kapaliny je závislostí souřadnic  $x$ ,  $y$ ,  $z$  a času  $t$ . Difuze a ztráty disipací jsou zanedbatelné
- b) Turbulentní proudění: rychlost proudící kapaliny je náhodná funkce souřadnic  $x$ ,  $y$ ,  $z$  a času  $t$ . Difuze a ztráty disipací nejsou již zanedbatelné.



Obrázek 4 – Laminární proudění [2]



Obrázek 5 – Turbulentní proudění [2]

Hranice mezi těmito typy proudění je dána Reynoldsovým číslem. Toto číslo závisí na rychlosti proudící kapaliny, geometrických rozměrech a fyzikálních vlastnostech kapaliny [2].

$$Re = \frac{\rho \cdot u \cdot D}{\eta} \quad (2.1)$$

kde  $\rho$  je hustota kapaliny,  $u$  je rychlost kapaliny,  $D$  je charakteristický rozměr,  $\eta$  je dynamická viskozita kapaliny.

Přechodová oblast mezi turbulentním a laminárním prouděním je stanovena na  $Re = 2330$ . Tato hodnota je ale platná pouze u izotermického nestlačitelného proudění v kruhovém potrubí. V reálných příkladech je ale určení této hranice velice složité a liší se příklad od příkladu [1].

Dále můžeme proudění dělit podle kinematických hledisek [2].

- a) Podle uspořádání v prostoru: 1D, 2D, 3D
- b) Podle závislosti na čase: stacionární, nestacionární.

## **2.1. TEORIE TURBULENCE**

Turbulentní proudění obsahuje prostorové struktury tzv. turbulentní víry (v literatuře často nazývané „eddies” [2]). Tyto víry mohou nabývat různých velikostí. Velké víry mají energii a rozpadají se na menší tak dlouho, dokud tento proces není ukončen tzv. disipací energie, kde se energie přemění na teplo. Velikost největších vírů je dána rozměry oblasti, ve které proudění probíhá, v tzv. makroměřítku. Nejmenší velikost vírů je dána fyzikální vlastností (viskozitou) tekutiny tzv. mikroměřítko.

Víry v turbulentním proudění můžeme popsat třemi měřítky [2]:

- délkové  $l$  [m]
- rychlostní  $u$  [m/s]
- časové  $t$  [s]

Pomocí těchto měřítek upravíme Reynoldsovo číslo.

$$Re = \frac{u \cdot l}{\nu} = \frac{t_v}{t_t} \quad (2.2)$$

kde  $t_v$  je časové měřítko molekulární difuze,  $t_t$  je časové měřítko přenosu turbulentních vírů o makroměřítku  $l$ .

Podle výsledného poměru můžeme proudění dále zařadit do dalších čtyř režimů.

- $Re < 1$ : laminární proudění
- $Re > 1$ : turbulentní proudění
- $Re \gg 1$ : plně vyvinutá turbulence
- $Re \cong 1$ : přechodová oblast

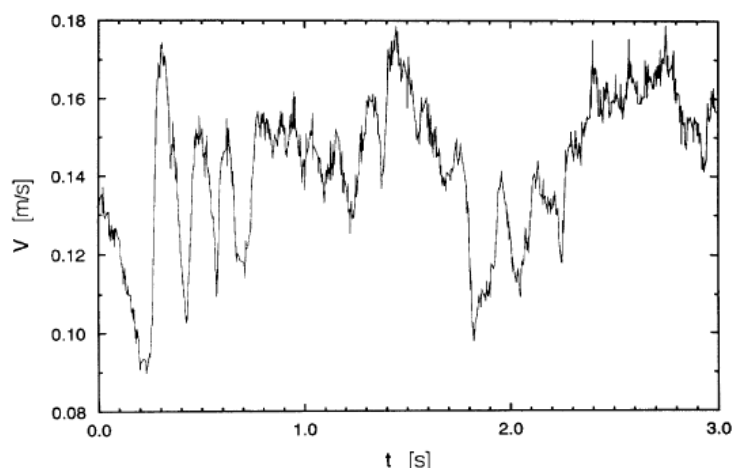
Turbulence má vlastnosti, které ji předurčují další zajímavé vlastnosti. Patří mezi ně [1]:

- a) náhodnost: veličiny jako rychlost, tlak a teplota jsou v turbulentním proudění náhodně závislé na čase a souřadnicích. Proto na popsání fluktuací uvedených veličin musíme použít statisticko matematické metody
- b) disipace: přeměna kinetické energie na teplo. Rychlost disipace je závislá na viskozitě kapaliny. Jelikož stále probíhá přeměna kinetické energie na vnitřní energii je potřeba neustálý přísun vnější energie, jinak turbulence zaniká.
- c) vířivost: rychlost rotace vírů je závislá na jejich velikosti. Velké víry rotují pomaleji než malé.
- d) nelinearita: Navier – Stokesovy rovnice obsahují nelineární člen zrychlení  $u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ , tento člen je zodpovědný za obsazení celého spektra fluktuací a vzájemné působení vírů různých velikostí. Turbulence by se dala taky popsat jako bílý šum.
- e) difuze: umožňuje zvýšení hodnoty toku hmoty a energie v proudovém poli. Tohoto je dosaženo přenosem veličiny z objemu tekutiny do okolních objemů. Tento přenos je popsán tzv. konvekčně – difuzní rovnicí [1].

$$\frac{\partial \rho C}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j C}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) \quad (2.3)$$

kde  $C$  je libovolná veličina ( hybnost, energie atd. ),  $k$  je koeficient molekulární difuze pro předchozí veličinu,  $x$  je prostorová souřadnice.





Obrázek 6 – Turbulence, rychlost proudění v závislosti na čase [2]

## 2.2. ROVNICE POPISUJÍCÍ POHYB TEKUTINY

Základní fyzikální zákony popisující pohyb kapaliny jsou zákony zachování hmoty, hybnosti a energie. Matematický popis těchto zákonů je stejný, jelikož se vždy jedná o konvekčně difuzní rovnici. Pokud do této rovnice dosadíme složky hybnosti dostaneme po úpravách Navier – Stokesovy rovnice, které popisují zákon zachování hybnosti [1].

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + f_x \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(vu)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + f_y \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(wu)}{\partial x} + \frac{\partial(wv)}{\partial y} + \frac{\partial(ww)}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + f_z \end{aligned} \quad (2.4)$$

kde  $u, v, w$  jsou složky rychlosti,  $p$  je tlak,  $\rho$  je hustota,  $\nu$  je kinematická viskozita,  $f$  jsou složky vnějších objemových sil.

Po dosazení jedničky za  $C$  v konvekčně difuzní rovnici a předpokladu že hustota je konstantní, dostaneme rovnici kontinuity, které popisuje zákon zachování hmoty.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.5)$$

Po aplikaci teploty  $T$  do konvekčně difuzní rovnice dostaneme za předpokladu konstantní hustoty rovnici přenosu tepla, popisující zákon zachování energie [1].

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} + \frac{\partial(wT)}{\partial z} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \\ + 2\alpha \left( \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right) \\ + \alpha \left( \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

kde  $T$  je termodynamická teplota,  $\alpha$  je teplotní vodivost.

Rovnice (2.4 až 2.6) jsou platné pouze pro nestlačitelnou tekutinu.

Pro zkrácení zápisu rovnice se využije tzv. Einsteinova sumace, kdy jedním členem vyjádříme všechny tři složky proměnné [1].

Rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.7)$$

Rovnice Navier – Stokesovy:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + f_i \quad (2.8)$$

Rovnice vedení tepla:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(u_j T)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} + \alpha \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right)^2 \quad (2.9)$$

## **2.2. OKRAJOVÉ PODMÍNKY PROUDĚNÍ NESTLAČITELNÉ TEKUTINY**

K určení veličiny  $C$  z konvekčně - difuzní rovnice nám nestačí pouze tato samotná rovnice, ale musíme znát další doplňující (okrajové) podmínky. Okrajové podmínky mohou být definovány podle [2] jako:

- konstanta
- polynom funkce
- derivace podle normály
- po částech lineární funkce
- kombinace polynomu a po částech lineární funkce

V případě numerické simulace proudění existuje pět základních typů okrajových podmínek, které se aplikují na odpovídající plochy [1].

### 1. Vstupní okrajová podmínka („INLET”)

Představuje plochu, kterou kapalina vstupuje do výpočtové oblasti. Můžeme zde definovat základní veličiny jako rychlost, hmotnostní tok, dynamický a statický tlak. Pokud se jedná o turbulentní model je vždy nutné definovat turbulentní veličiny. V případě tepelných výpočtů veličiny spojené s tokem tepla.

### 2. Výstupní okrajová podmínka („OUTLET”)

Představuje plochu, kterou kapalina vystupuje z výpočtové oblasti. Můžeme zde definovat základní veličiny jako rychlost, hmotnostní tok a statický tlak. Turbulentní a tepelné veličiny se u této podmínky nezadávají. Pokud nastane případ, že během výpočtu není splněna tato podmínka a kapalina nám začne vnikat zpět do výpočtové oblasti, je v tomto místě tato podmínka změněna na stěnu.

Zvláštním případem výstupní podmínky je tzv. („OPENING”). Jedná se o kombinaci tlakového výstupu a vstupu. V případě, že tlak uvnitř výpočtové oblasti v těsné blízkosti okrajové podmínky je větší, než nastavený, chová se tato podmínka jako výstup. V opačném případě se chová jako vstup.

### 3. Stěnová okrajová podmínka („WALL”)

Představuje plochu, která je dokonale neprostupná. Definovat můžeme, ideálně hladkou stěnu, drsnou stěnu, stěnu bez tření, smykové napětí atd. Pro tepelné výpočty teplotu, tepelný tok, vnější teplotu a koeficient přestupu tepla, adiabatickou stěnu.....

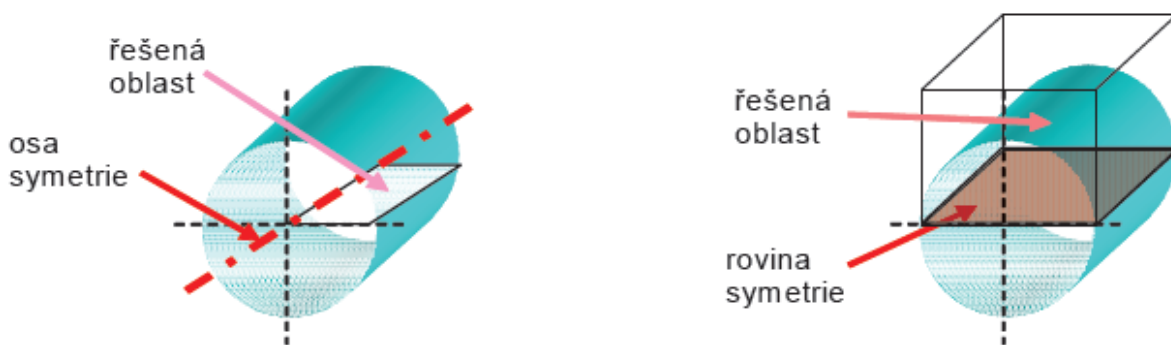
Stěna se modeluje dvěma způsoby:

- tenká stěna
- tlustá stěna.

Tenká stěna není fyzicky modelována, a proto ji nemůžeme použít v případě řešení tepelného toku ve stěně, jelikož teplo v této stěně se nemůže šířit podélně. Proto je nutné v těchto případech modelovat stěnu tlustou, která je fyzicky modelována.

### 4. Symetrická okrajová podmínka („SYMMETRY”)

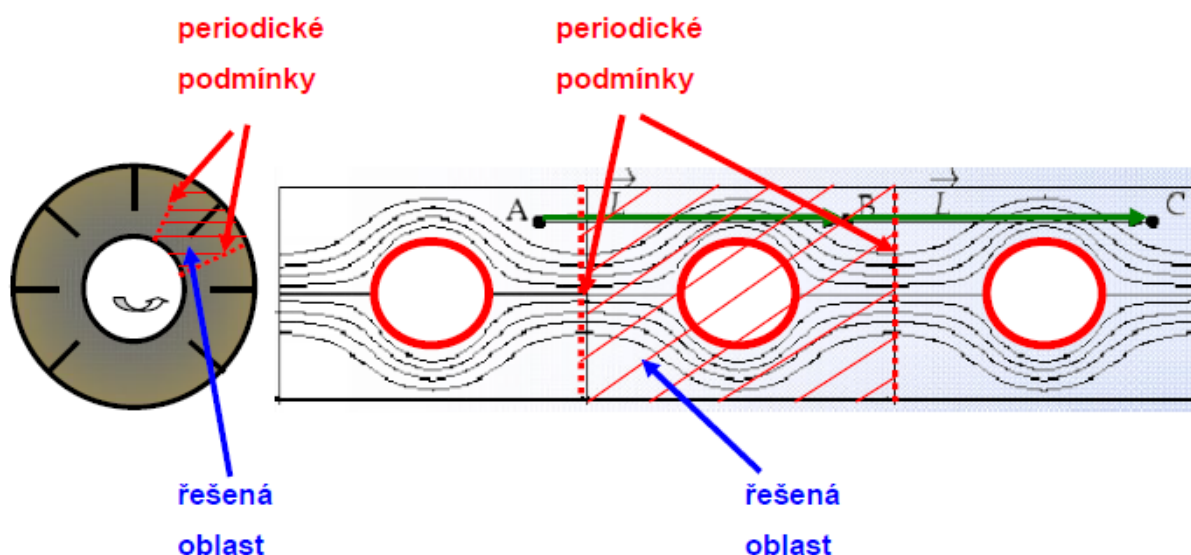
Pokud je řešená oblast i proudící kapalina symetrická vzhledem k určité rovině, můžeme využít této podmínky, která nám rozdělí výpočtovou oblast podle jedné nebo více symetrických rovin. Všechny gradienty jsou v rovinách symetrie rovny nule, není proto zde možné definovat fyzikální veličiny.



Obrázek 7 – Symetrická okrajová podmínka [2]

### 5. Periodická okrajová podmínka („PERIODIC INTERFACE”)

Vyskytuje se v případě cyklicky se opakující řešené oblasti. Můžeme ji dále rozdělit na rotační a translační. Stejně jako v případě symetrické okrajové podmínky nelze definovat žádné fyzikální veličiny pouze rovinu opakování nebo osu rotace.



Obrázek 8 – Periodická okrajová podmínka [2]

Podmínky na vstupních a výstupních plochách výpočetní oblasti mohou nastat pouze v určité kombinaci. Například kombinace vstupní a výstupní rychlosti nemůže být definována, jelikož rychlost na výstupu se počítá z rovnice spojitosti. Základní možné kombinace okrajových podmínek jsou uvedeny v následující tabulce.

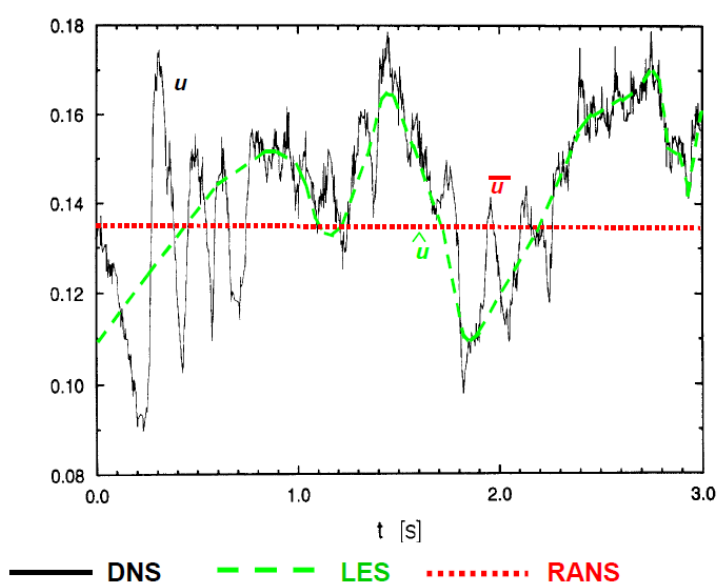
tekutina	vstup	výstup
Nestlačitelná tekutina	rychlost	Statický tlak (outlet, opening)
	Statický tlak (opening)	Statický tlak (outlet)
	Totální tlak	Statický tlak (outlet, opening)
	Hmotnostní tok	Statický tlak (outlet, opening)
Stlačitelná tekutina	Hmotnostní tok	Statický tlak (outlet, opening)
	Totální tlak	Statický tlak (outlet, opening)

Tabulka 1 - Základní kombinace okrajových podmínek [1]

### 3. MODELOVÁNÍ TURBULENTNÍHO PROUDĚNÍ

Vzhledem k tomu, že modelování turbulentního proudění je velmi náročné a stále se vyvíjí s rozvojem matematiky. Neexistuje jednoznačný turbulentní model, který by byl schopen řešit všechny typy úloh. Proto se používají různé zjednodušené modely. V současné době definujeme tři základní modely [1].

1. Metoda přímé numerické simulace (DNS-Direct Numerical Simulation). Velikost elementu musí být stejně velká jako je nejmenší vír. Toto vede k obrovským nárokům na výpočetní techniku, což dělá tuto metodu v dnešní době nepoužitelnou pro většinu inženýrských problémů.
2. Metoda velkých vírů (LES-Large Eddy Simulation). Metoda založená na modelování velkých vírů, které mají hlavní úlohu v transportních jevech. Malé víry jsou parametrizovány tzv. subgridními modely a odstraněny pomocí filtrace. Při vhodném nastavení šířky filtru a pro vhodnou velikost buněk můžeme tuto metodu využít se současnou výpočetní technikou.
3. Metoda Reynoldsova časového středování (RANS Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations). Nejčastěji používaná metoda, která je založena na metodě časového (Reynoldsova) středování veličin turbulentních proudění. Jedná se o použití statistických metod pro zjednodušení a řešení rovnic.



Obrázek 9 – Metody řešení turbulence [2]

### 3.1. REYNOLDSOVO STŘEDOVÁNÍ

Jelikož veličiny v turbulentním proudění (rychlost, tlak, teplota atd.) jsou náhodnou funkcí času, turbulence se projevuje náhodným charakterem [1]. Při aplikaci statistické metody časového středování je ale proudění stabilní. Osborn Reynolds [2] rozložil jakoukoli proměnou veličinu  $C$  na střední hodnotu  $\bar{C}$  a fluktuaci  $C'$ .

$$C = \bar{C} + C' \quad (3.1)$$

Platí, že střední hodnota je v daném časovém úseku aritmetická hodnota a střední hodnota fluktuace je nulová. Nyní se použijí Reynoldsova pravidla časového průměrování:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{C}} &= \bar{C}, & \overline{\bar{C} + C'} &= \bar{C} + \overline{C'} = \bar{C}, & \overline{\bar{C} \cdot C'} &= 0, & \overline{\bar{C} + \psi} &= \bar{C} + \bar{\psi}, \\ \overline{\bar{C} \cdot \psi} &= \bar{C} \cdot \bar{\psi} + \overline{C' \cdot \psi'}, & \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} &= \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \end{aligned}$$

Tato pravidla se aplikují na proměnné v rovnici kontinuity a Navier Stokesových rovnicích. Po úpravách dostaneme středované rovnice, které se společně nazývají rovnicemi Reynoldsovými, které již nejsou náhodnou funkcí času.

Středovaná rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.2)$$

Středovaná rovnice Navier-Stokesova:

$$\frac{\partial (\bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \cdot \bar{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{u'_i \cdot u'_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\bar{p})}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 (\bar{u}_i)}{\partial x_j^2} + \bar{f}_i \quad (3.3)$$

Reynoldsova (3.3) rovnice je podobná Navier-Stokesově rovnici, ale obsahuje člen  $\overline{u'_i \cdot u'_j}$  na levé straně navíc. Pokud tento člen vynásobíme hustotou, dostaneme tzv. tenzor Reynoldsova napětí.

$$\tau_{ij} = \rho \cdot \begin{bmatrix} \overline{u' \cdot u'} & \overline{u' \cdot v'} & \overline{u' \cdot w'} \\ \overline{v' \cdot u'} & \overline{v' \cdot v'} & \overline{v' \cdot w'} \\ \overline{w' \cdot u'} & \overline{w' \cdot v'} & \overline{w' \cdot w'} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Toto napětí se vyskytuje pouze u turbulentního proudění a způsobuje nám deformace kapaliny. V případě 3D úlohy má tenzor devět složek, kde nezávislých je pouze šest. Stejně jako u předchozí rovnice lze Reynoldsovou rovnici napsat jako konvekčně difuzní, kde za proměnnou  $C$  dosadíme člen  $\overline{u'_i \cdot u'_j}$ . Výsledkem tohoto středování je, že původních pět velice těžko řešitelných rovnic o pěti neznámých jsme nahradili opět pěti, ale již řešitelnými rovnicemi. Kromě původních pěti neznámých přibilo dalších šest (turbulentních napětí) neznámých. Jelikož řešení takto rozsáhlého systému diferenciálních rovnic by bylo velmi náročné využívají se tzv. modely turbulence, což jsou teorie zabývající se zjednodušeným vyjádřením tenzoru Reynoldsova napětí [2].

### 3.2 STATISTICKÉ MODEL Y TURBULENCE

V předešlé kapitole jsem se zmínil, že při použití statistických metod (RANS) vznikne systém rovnic, které popisují Reynoldsova napětí. K řešení tohoto systému rovnic využíváme tzv. modely turbulence. Modelů jak tyto rovnice řešit je několik, ale zde popíši pouze model použitý při řešení mého problému. Jedná se dvourovnicový  $k$ - $\epsilon$  model a jeho modifikace model RNG  $k$ - $\epsilon$ .

Základem každého turbulentního modelu je Boussinesquova hypotéza o vírové (turbulentní) viskozitě [1]. Hypotéza vychází se z analogie laminárního proudění, kde pro smykové napětí v dvourozměrném proudění platí Newtonův vztah:

$$\tau = \eta \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.5)$$

kde  $\tau$  je smykové napětí,  $\eta$  je dynamická viskozita.

Analogicky tedy nahradíme tenzor smykových napětí v turbulentním proudění. Díky této úpravě nahradíme devět turbulentních napětí jedinou veličinou o stejné jednotce tzv. turbulentní viskozitou.

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i \cdot u'_j} = \tau_t = \eta_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (3.6)$$



kde  $\tau_{ij}$  je tenzor Reynoldsova napětí,  $\tau_t$  je turbulentní napětí,  $\eta_t$  je turbulentní viskozita.

Obecně:

$$-\overline{\rho u'_i \cdot u'_j} = \eta_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.7)$$

kde,  $k$  je turbulentní kinetická energie

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_j \cdot u'_j} \quad (3.8)$$

Po dosazení této hypotézy do Reynoldsovy rovnice dojde k zjednodušení a to díky tomu, že tenzor šesti neznámých Reynoldsových napětí, který vznikl středováním, nahradíme tenzorem viskózních napětí, kde neznámou je pouze turbulentní viskozita. Turbulentní viskozita je vlastností proudění nikoli fyzikálních vlastností kapaliny, jako je tomu u laminárního proudění [1]. K popisu turbulentní viskozity můžeme použít několik modelů. Ty se dělí podle počtu diferenciálních rovnic použitých k tomuto vyjádření.

- nularovnicový model
- jednorovnicový model
- dvourovnicový model.

#### Dvourovnicový k-ε model:

Metoda k vyjádření turbulentní viskozity spočívá v použití dvou transportních rovnic. Jedná se o transportní rovnici pro turbulentní kinetickou energii  $k$  a transportní rovnici pro rychlost disipace  $\epsilon$ . Rovnice lze odvodit z Navier – Stokesových rovnic a mají opět konvekčně – difuzní tvar [1].

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j k}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\eta_t}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \eta_t \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_D \frac{k^{3/2}}{l} \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_j \epsilon}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\eta_t}{\sigma_\epsilon} \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\epsilon} \eta_t \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (3.9)$$

kde  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\epsilon$ ,  $C_D$ ,  $C_{1\epsilon}$  a  $C_{2\epsilon}$  jsou empirické konstanty

Turbulentní viskozita u obou rovnic je dána vztahem:

$$\eta_t = C_v \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.10)$$

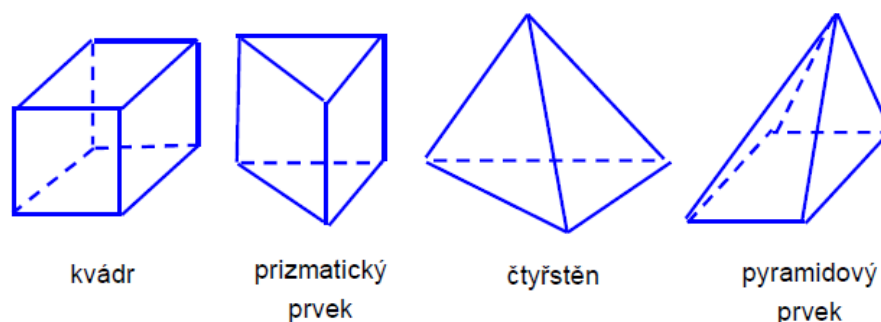
kde  $C_v$  je empirická konstanta.

Dvourovnicový RNG k- $\varepsilon$  model (ReNormalization Group)

Turbulentní model, který vychází z modelu k- $\varepsilon$ . Využívá Renormalizační procedury a tím se transformují Navier – Stokesovy rovnice. Exaktní rovnice k  $\varepsilon$  pro tento model vypadají stejně, ale empirické konstanty mají jiné hodnoty a turbulentní viskozita se definuje pomocí iteračního procesu. Tento model je přesnější a pouze trochu náročnější než výchozí k- $\varepsilon$ . [1]

## 4. VÝPOČTOVÉ SÍŤ

V předchozí kapitole jsem popsal základy matematického modelování proudění. Tyto matematické modely, které nám popisují chování proudění, ale samy o sobě nejsou užitečné, protože se musí aplikovat na přesně určenou oblast, kterou chceme řešit. Jelikož analytické řešení diferenciálních rovnic a okrajových podmínek spojitě oblasti je nemožné, je nutné řešit tuto oblast numericky. Řešení spočívá v rozdělení oblasti na určitý počet podoblastí tzv. diskretizace oblasti. V případě řešení proudění se využívá Metody konečných objemů (CFD). Tato metoda nám rozdělí výpočtovou oblast na malé objemy, v jejichž střezech se numericky počítají všechny potřebné rovnice dané použitým matematickým modelem. Takto rozdělenou oblast nazýváme výpočtovou sítí.



Obrázek 10 – Typy 3D konečno prvkových elementů [2]

#### **4.1. TYPY VÝPOČTOVÝCH SÍTÍ**

Velikost buněk v síti se může lišit, ale platí samozřejmé pravidlo, že čím více buněk tím déle bude výpočet trvat. Ovšem náročnost výpočtu a tím i délka je spojena s kvalitou sítě. Pokud je síť nekvalitní může nastat problém s konvergencí a tím se nám prodlužují výpočtové časy [2]. Navíc v určitých případech např. v blízkosti stěny, je potřeba dostatečně jemné sítě, abychom byli schopni popsat fyzikální jevy vyskytující se v této oblasti. Tvorba kvalitní sítě není jednoduchý a mechanický proces ale vyžaduje určité zkušenosti a cit pro konkrétní řešenou úlohu.

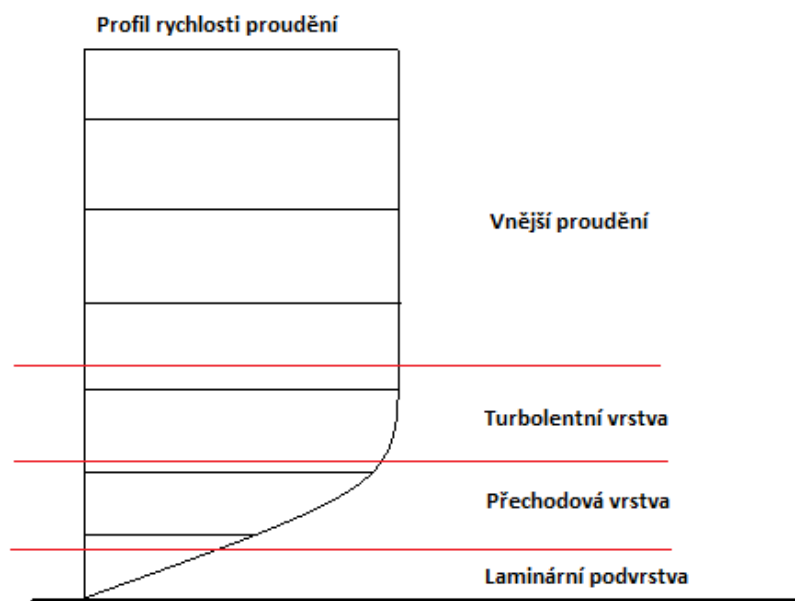
Typ sítě můžeme rozdělit do několika kategorií [1]:

- strukturovaná síť – hranice prvku sousedí s jednou hranicí druhého prvku
- nestrukturovaná síť – hranice prvku může sousedit s více prvky
- uniformní síť – skládá se pouze z jednoho typu elementu
- hybridní síť – síť složena z různých typů elementů.

Mezní vrstva:

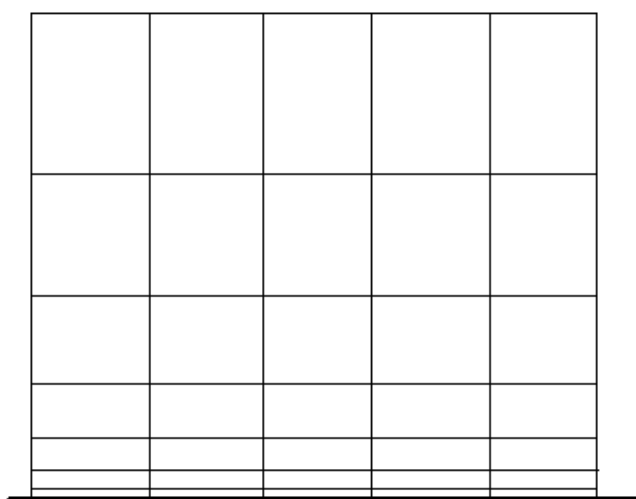
V předešlém odstavci jsem se zmínil, že v blízkosti stěny je třeba mít jemnější síť než ve zbytku řešené oblasti. Je to z důvodu existence mezní vrstvy. Jedná se o oblast v blízkosti stěny, kde je rychlost proudící kapaliny silně ovlivněna její viskozitou. Rychlost kapaliny na stěně je nulová, ale se vzdáleností rychle narůstá a proto se v této oblasti vytváří smyková napětí. Oblast můžeme rozdělit do tří částí [1]

- viskózní (laminární) podvrstva – laminární proudění, převažuje molekulová viskozita
- přechodová vrstva – viskozita i turbulence
- plně turbulentní vrstva – dominance turbulence.



Obrázek 11 – Mezní vrstva

Abychom byli schopni popsat tento fyzikální jev, je třeba vytvořit elementy v této oblasti dostatečně jemné. Elementy mezní vrstvy mají vždy obdélníkový tvar. Dva základní parametry této oblasti jsou tloušťka prvního elementu a růstový faktor navazujících elementů. Jako minimální počet elementů mezní vrstvy je uváděno pět, ale v závislosti na použitém turbulentním modelu se může toto číslo měnit směrem nahoru. Jako optimální růstový faktor se uvádí 1.2 – 1.3 [1].



Obrázek 12 – Příklad elementů mezní vrstvy

## **4.2. METODA KONEČNÝCH OBJEMŮ**

Jelikož řešení parciálních diferenciálních rovnic na komplikovaném tvaru a s komplikovanými okrajovými podmínkami je nereálné, hledáme řešení v malých diskretizovaných oblastech, kde tyto rovnice řešíme jako diferenční. Obecně lze postup Metody konečných objemů popsat těmito body [2].

- rozdělení oblasti na konečné prvky (objemy) – vytvoření sítě
- Integrace parciálních diferenciálních rovnic přes všechny objemy. Aplikace zákonů zachování hmoty, hybnosti, energie na jednotlivé diskretizované objemy
- převedení těchto integrálů na systém algebraických rovnic pomocí diferenční metody, jenž spočívá v nahrazení diferencí diferenciálními podíly pomocí Taylorova rozvoje
- iterační numerické řešení algebraických rovnic

Postup řešení rovnic v jedné iteraci programu CFX:

- řešení rovnic zachování hybnosti
- řešení rovnic kontinuity a korekce pohybových rovnic
- řešení rovnic pro skalární veličiny
- řešení turbulentní energie a disipace
- aktualizace fyzikálních vlastností kapaliny
- kontrola konvergence
- ukončení nebo opakovaná iterace.

## 5. PŘENOS TEPLA

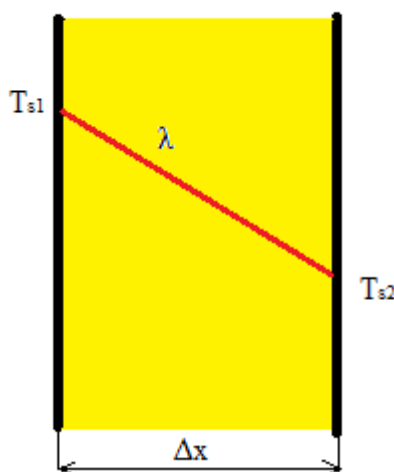
Vzhledem k tomu, že vozidlo je vystaveno vlivu teploty okolí je nutno zahrnout do počítačové simulace také fyzikální a geometrické vlastnosti stěn a fyzikální vlastnosti okolí. Cílem této kapitoly je provést teoretický rozbor tohoto problému, jeho aplikací na řešený problém a závěry budou poté sloužit k sestavení počítačového modelu.

K přenosu tepelné energie dochází třemi základními způsoby [3].

- vedením (kondukcí)  $g = -\lambda \text{grad}T = \frac{\lambda}{l}(T_1 - T_2)$
- prouděním (konvekci)  $g = \alpha(T_s - T_\infty)$
- sáláním (radiací)  $g = \varepsilon_1 \cdot \sigma \cdot T_1^4$

kde  $g$  je hustota tepelného toku,  $\lambda$  je součinitel tepelné vodivosti,  $l$  je délka vedení,  $T_1 - T_2$  je rozdíl teplot,  $T_s$  je teplota stěny,  $T_\infty$  je teplota okolí,  $\alpha$  je součinitel přestupu tepla,  $\varepsilon$  je součinitel emisivity,  $\sigma$  je Stefan-Boltzmanova konstanta

### 5.1. PŘENOS TEPLA KONDUKČÍ



Obrázek 13 – Přestup tepla vedením

Také se nazývá přenos vedením. Jedná se o šíření tepla z jedné části látky do chladnějších částí. Základním zákonem vedení tepla je Fourierův zákon, kde vedení je charakterizováno

součinitelem tepelné vodivosti  $\lambda$ . Je definován jako množství tepla, které musí projít tělesem, aby na jednotku délky byl jednotkový tepelný spád. Nejjednodušším příkladem stacionárního vedení tepla je prostup tepla rovinnou stěnou viz. obrázek 13. Pro výpočet hustoty tepelného toku potom platí [2]

$$g = -\lambda \frac{T_{S1} - T_{S2}}{\Delta x} \quad (5.1)$$

kde  $T_{S1}$  a  $T_{S2}$  jsou teploty stěn,  $\Delta x$  je tloušťka stěny.

Stejný princip se uplatní v případě stěny skládající se z více vrstev a různých materiálů.

## 5.2. PŘENOS TEPLA KONVEKČÍ

Tento přenos tepla se často označuje jako šíření tepla prouděním. Dochází k němu při pohybu hmoty různé teploty. Z této definice je zřejmé, že k němu nemůže dojít u pevných látek, pouze u tekutin (kapalin a plynů). Pohybem částic s různou teplotou dochází k přenášení tepla. Pokud je proudění kapaliny vyvoláno umělým zdrojem, nazýváme tuto konvekci vynucenou. Pokud k proudění dochází díky ohřátí kapaliny, nazýváme toto přirozená konvekce. Pokud přirozená konvekce probíhá v neomezeném prostoru, nazýváme ji volná konvekce.

Pro výpočet přenosu tepla konvekčí je nutné stanovit součinitel přestupu tepla  $\alpha$ . Ten je závislý na fyzikálních vlastnostech kapaliny, na tvaru a velikosti obtékaného tělesa, na směru a rychlosti proudění kapaliny. Výpočet tohoto součinitele je velice obtížný jelikož se musí spojit rovnice hydrodynamické s tepelnými [3]. Jsou to Navierova – Stokesova rovnice pro pohyb vazké tekutiny, Fourierova diferenciální rovnice pro přenos tepla v proudící tekutině bez vnitřních zdrojů, Newtonova rovnice pro hustotu tepelného toku a Fourierova rovnice pro hustotu tepelného toku při vedení tepla. Jelikož určení součinitele přímo z těchto rovnic je prakticky nemožné, byly odvozeny a sestaveny podobnostní kritériální rovnice. Těchto rovnic je velmi velké množství a liší se podle různých případů a autorů.



Obrázek 14 – Volná konvekce v neomezeném prostoru [3]

V řešení problému je třeba určit součinitel mezi vnější stěnou vozidla a okolním vzduchem. Jelikož se jedná o volnou konvekci v neomezeném prostoru viz. obrázek 13. Pro vyjádření součinitele přestupu tepla se použije nejčastěji Nusseltovo, Prandtlovo a Grashofovo kritérium [3].

Nusseltovo kritérium:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda} \quad (5.2)$$

Prandtlovo kritérium:

$$Pr = \frac{v}{a} \quad (5.3)$$

Grashofovo kritérium

$$Gr = \frac{g \cdot L^3}{\nu} \cdot \gamma \cdot \Delta T \quad (5.4)$$

kde  $\alpha$  je součinitel přestupu tepla,  $\nu$  je kinematická viskozita,  $a$  je součinitel teplotní vodivosti,  $g$  je gravitační zrychlení,  $\gamma$  je součinitel objemové roztažnosti,  $\Delta T$  je rozdíl teplot,  $L$  je charakteristický rozměr [3] - pro vodorovné desky - kratší strana

- pro svislé desky - výška

Součinitel teplotní vodivosti vzduchu se určí jako:

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad (5.5)$$



kde  $\lambda$  je součinitel tepelné vodivosti vzduchu,  $c$  je měrná tepelná kapacita vzduchu,  $\rho$  je hustota vzduchu

Tato tři kritéria jsou svázána do jediné rovnice [3]:

$$Nu = c(Gr \cdot Pr)^n \quad (5.6)$$

kde  $c$  a  $n$  jsou konstanty závislé na hodnotách  $Gr$  a  $Pr$  podle následující tabulky [3]

	$c$	$n$
$Gr \cdot Pr < 1 \cdot 10^{-3}$	0,45	0
$1 \cdot 10^{-3} < Gr \cdot Pr < 5 \cdot 10^2$	1,18	0,125
$5 \cdot 10^2 < Gr \cdot Pr < 2 \cdot 10^7$	0,54	0,25
$2 \cdot 10^7 < Gr \cdot Pr$	0,135	1/3

Tabulka 2 – Hodnoty konstant  $c$  a  $n$  pro určení Nusseltova čísla

Dále podle [3] platí:

Pro desky obrácené teplou stranou nahoru je třeba zvětšit  $c$  o 30%.

Pro desky obrácené teplou stranou dolů je třeba zmenšit  $c$  o 30%.

### 5.3. MATEMATICKÝ MODEL PŘESTUPU TEPLA

V matematickém modelu musíme řešit jak kondukcii, tak konvenci zároveň. Postup řešení opět vychází ze zákonů zachování hmoty, hybnosti a energie. Středovaná rovnice energie pro turbulentní proudění má tvar [2]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{E}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j \bar{E}) = \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \rho \bar{u}_j f_j + \frac{\partial(\tau_{il} \bar{u}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda_{eff} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right) \quad (5.7)$$

kde  $E = \bar{h} - \frac{\bar{p}}{\rho} + \frac{1}{2} \overline{u_j^2}$  je celková vnitřní energie,  $\bar{h} = \int_{T_{ref}}^T c_p dT$  je entalpie pro ideální plyn,  $\lambda_{eff} = \lambda + \lambda_t$  je součet molekulové a turbulentní teplotní vodivosti,  $T_{ref}$  je referenční teplota.

Rovnice popisující přenos tepla ve vodivých stěnách má obdobný tvar ale neuvažují se v ní fluktuace teploty, jelikož v pevných stěnách ztrácí smysl. Entalpie se vypočte podle [2]:

$$\rho_w \frac{\partial h_w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda_w \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + q'' \quad (5.8)$$

kde  $\rho_w$  je hustota stěny,  $h_w$  je entalpie stěny,  $\lambda_w$  je tepelná vodivost stěny,  $q''$  je jednotkový zdroj tepla.

Tepelné okrajové podmínky v programu CFX:

Na plochy můžeme nastavit tyto podmínky:

- teplotu
- konstantní hustotu tepelného toku
- radiaci
- konvektivní přenos tepla.

## ***6. VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ***

Před samotným začátkem modelování je třeba uvést předpoklady, za kterých se bude problém proudění a přestupu tepla řešit.

- Vozidlo je během vytápění stacionární a rychlost proudění okolí (větru) považujeme za nulové.
- Stěna vozidla, skládající se ze dvou částí (ocelového plechu a polystyrénové izolace) bude pro vytvoření jednoduššího počítačového modelu počítána jako jedna.
- Tloušťky všech stěn jsou stejné
- Jelikož přenos tepla radiací je v porovnání s ostatními malý tak tento přenos zanedbáme.

## 6.1. VÝPOČET POTŘEBNÝCH PARAMETRŮ

Jelikož stěny vozidla budou modelovány jako jedna, je třeba určit fyzikální vlastnosti takovéto stěny, aby odpovídaly kombinaci vlastností zadaných materiálů. Pro řešení tranzientní úlohy přestupu tepla bude třeba určit tři fyzikální vlastnosti této stěny.

- Hustotu
- Sdružený součinitel tepelné vodivosti
- Sdruženou měrnou tepelnou kapacitu

Hustota:

$$\rho = \frac{S(\rho_{ocel} \cdot t_{ocel} + \rho_{pol} \cdot t_{pol})}{S \cdot t_{cel}} \quad (6.1)$$

kde jednotková plocha  $S = 1 \text{ m}^2$

celková tloušťka  $t_{cel} = 0,017 \text{ m}$

hustota oceli  $\rho_{ocel} = 7850 \text{ kg/m}^3$

hustota polystyrénu  $\rho_{pol} = 80 \text{ kg/m}^3$

$$\rho = 994 \text{ kg/m}^3$$

Sdružený součinitel tepelné vodivosti [3]:

$$\lambda_{cel} = \frac{t_{cel}}{\frac{t_{ocel}}{\lambda_{ocel}} + \frac{t_{pol}}{\lambda_{pol}}} \quad (6.2)$$

kde: celková tloušťka  $t_{cel} = 0,017 \text{ m}$

tloušťka ocelové stěny  $t_{ocel} = 0,002 \text{ m}$

tloušťka polystyrenové stěny  $t_{pol} = 0,015 \text{ m}$

součinitel tepelné vodivosti oceli  $\lambda_{ocel} = 48 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

součinitel tepelné vodivosti polystyrenu  $\lambda_{pol} = 0,03 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

$$\lambda_{cel} = 0,034 \text{ W/m} \cdot K$$

Sdružená měrná tepelná kapacita:

$$c = \frac{S \cdot (\rho_{ocel} \cdot t_{ocel} \cdot c_{ocel} + \rho_{pol} \cdot t_{pol} \cdot c_{pol})}{m} \quad (6.3)$$

kde: jednotková plocha  $S = 1 \text{ m}^2$

$$\text{hustota oceli } \rho_{ocel} = 7850 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{měrná tepelná kapacita oceli } c_{ocel} = 460 \text{ J/kg} \cdot K$$

$$\text{hustota polystyrénu } \rho_{pol} = 80 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{měrná tepelná kapacita polystyrénu } c_{pol} = 1260 \text{ J/kg} \cdot K$$

$$\text{hmotnost stěny o jednotkové ploše } m = 16,9 \text{ kg}$$

$$c_{cel} = 516,8 \text{ J/kg} \cdot K$$

Druhou částí přípravy je určení přibližného součinitele přestupu tepla mezi stěnou vozidla a vnějším okolím, který je třeba do budoucího modelu zahrnout.

Součinitel přestupu tepla  $\alpha$  pro ohřívání:

Jelikož se jedná o volnou konvekci, budou použity odvozené vzorce 5.2 až 5.6. Teplota okolního vzduchu je  $-23^\circ\text{C}$ . Určení přesné teploty stěny, vzhledem k tomu že se teplota stěny bude měnit během výpočtu, není možné. Byla určena teplota stěny jako  $20^\circ\text{C}$  což je přibližná teplota stěny v ustáleném stavu. Jako určující teplota vzduchu pro výpočet konvekce je aritmetický průměr teploty vnějšího okolí a stěny což je přibližně  $0^\circ\text{C}$ . Pro tuto určující teplotu byly v tabulkách vyhledány následující vlastnosti vzduchu:

$$\text{měrná tepelná kapacita } c = 1005 \text{ J/kg} \cdot K$$

$$\text{součinitel tepelné vodivosti } \lambda = 0,0244 \text{ W/m} \cdot K$$

$$\text{hustota } \rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{kinematická viskozita } \nu = 1,328 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

Po dosazení určených teplot a vlastností vzduchu do rovnic 5.2 až 5.6 a zohlednění polohy stěn byly určeny tyto hodnoty  $\alpha$  pro jednotlivé stěny vozidla

	$\alpha [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
horní stěna	7,8
dolní stěna	4,7
boční stěny	6
zadní stěna	6
přední stěna	6

Tabulka 3 – Součinitele přestupu tepla  $\alpha$  na jednotlivých stěnách pro ohřívání

Součinitel přestupu tepla  $\alpha$  pro chlazení:

Postup určení součinitele pro ochlazování je stejný jako při ohřívání pouze se změnila hodnota dosazovaná do vzorců 5.2 až 5.6 pro podmínky ochlazování. Teplota okolí 33°C, teplota stěny 20°C, určující teplota vzduchu 26°C. Vlastnosti vzduchu:

měrná tepelná kapacita  $c = 1005 J/kg \cdot K$

součinitel tepelné vodivosti  $\lambda = 0,027 W/m \cdot K$

hustota  $\rho = 1,15 kg/m^3$

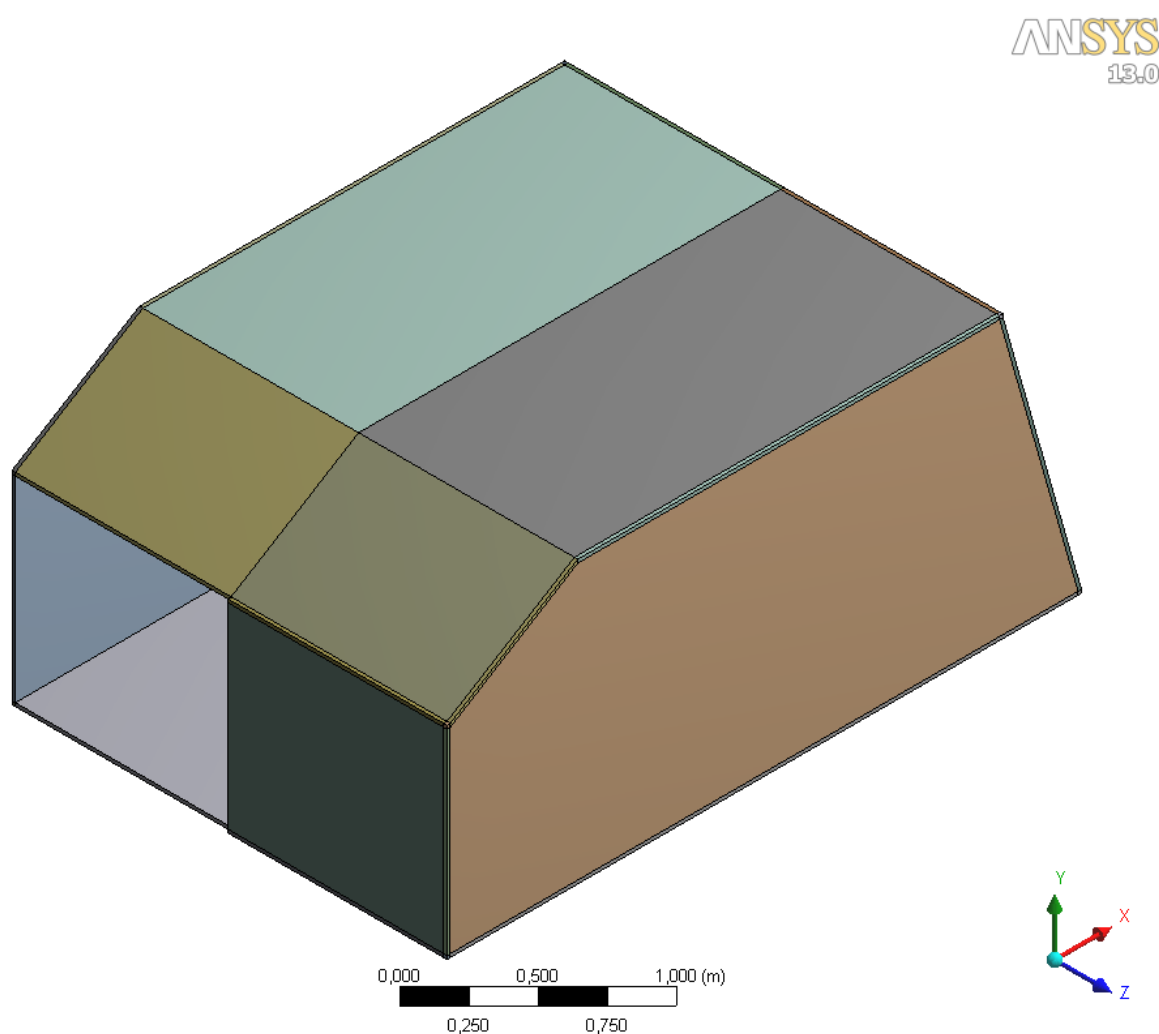
kinematická viskozita  $\nu = 1,6 \cdot 10^{-5} m^2/s$

	$\alpha [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
horní stěna	5
dolní stěna	3
boční stěny	3,8
zadní stěna	3,8
přední stěna	3,8

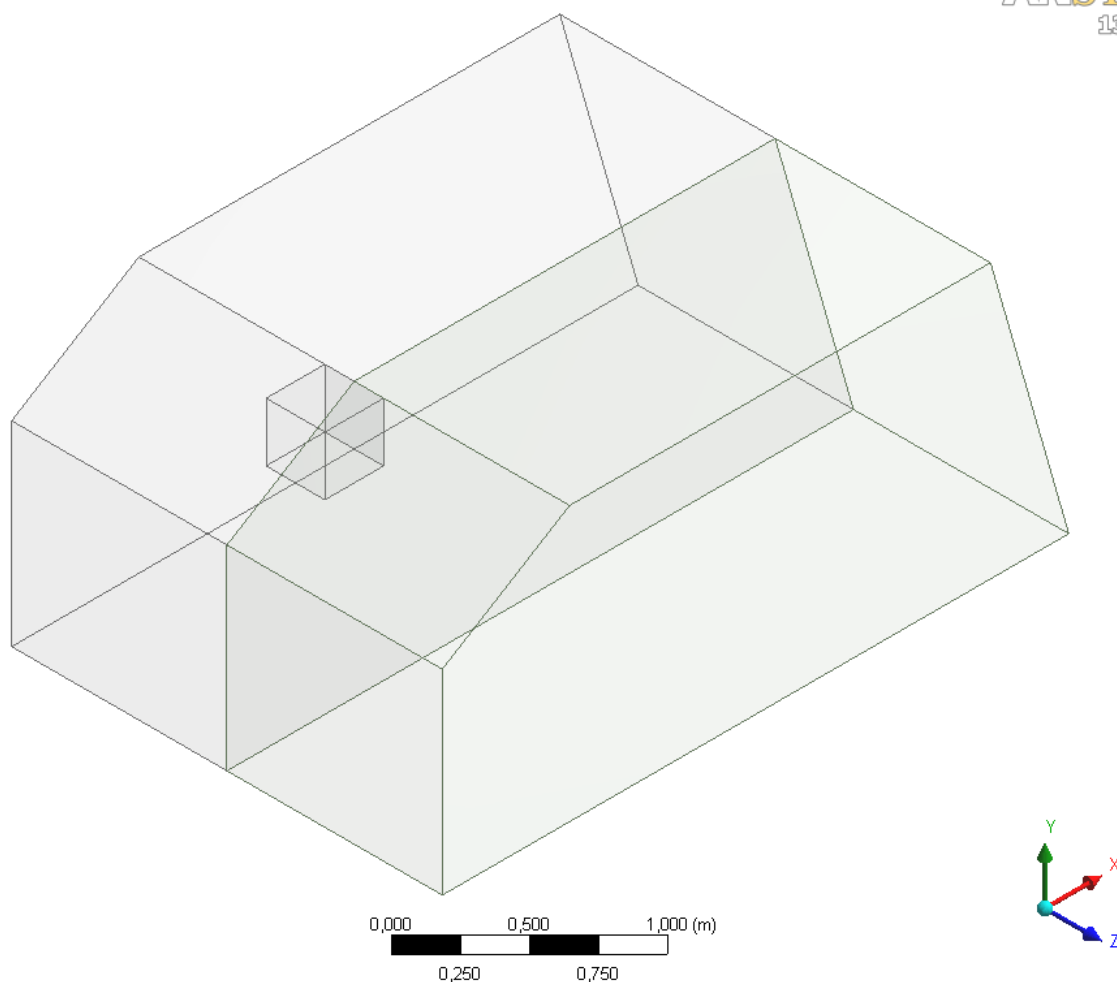
Tabulka 4 – Součinitele přestupu tepla  $\alpha$  na jednotlivých stěnách pro chlazení

## 6.2. TVORBA GEOMETRIE

První částí řešení výpočtového modelu je vytvoření geometrie vozidla podle zadaných rozměrů. K tvorbě modelu byl použit modul Geometry programu ANSYS. Z důvodu snadnější tvorby sítě a zadání okrajových podmínek byl geometrický model stěny a vzduchu rozdělen na několik dílů. Celkem má geometrie 34 dílů z toho 2 díly pro část zahrnující vzduch a 32 dílů pro model stěny.



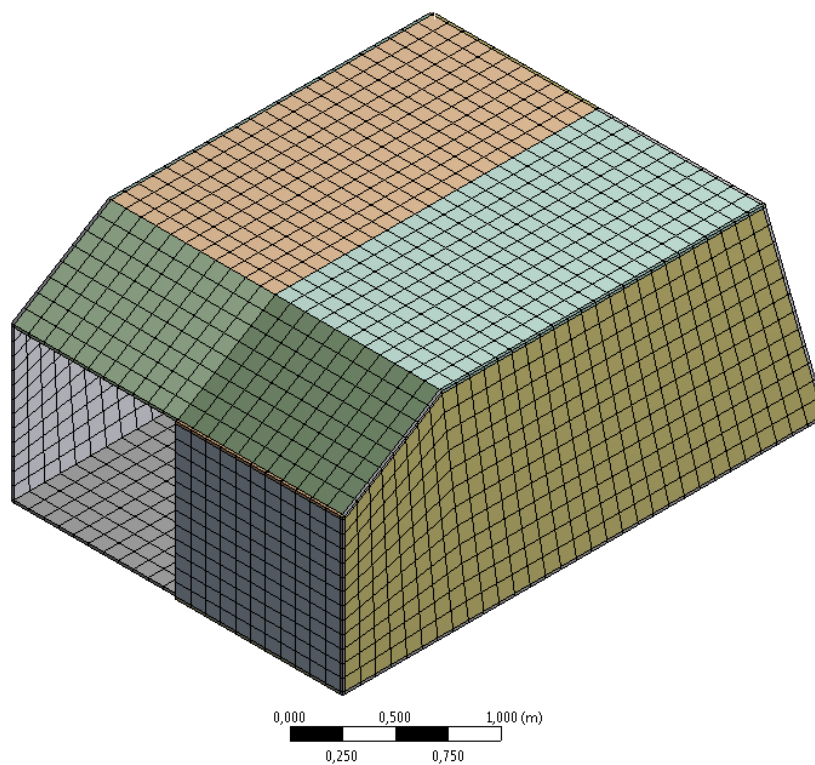
Obrázek 15 – Geometrie stěn vozidla



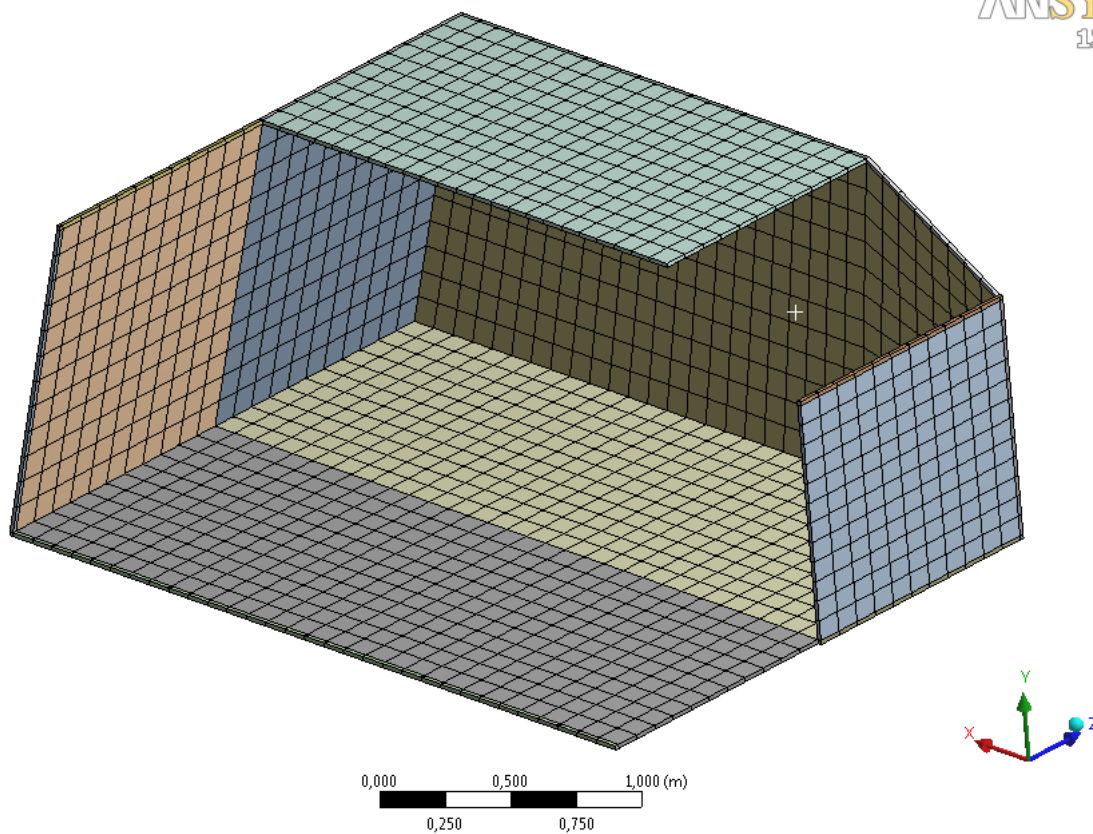
Obrázek 16 – Geometrie vzduchu vozidla

### 6.3. TVORBA MODELU

Z vytvořené geometrie byl realizován model pro CFD analýzu. K tvorbě sítě byl použit modul Model v programu ANSYS. V nastavení tvorby sítě byla vybrána preference pro CFD analýzu a CFX jako preferovaný řešič. Velikost elementů byla stanovena přibližně na 0,1 m. Pro tvorbu mezní vrstvy byla použita funkce Inflation. Maximální tloušťka mezní vrstvy byla nastavena na 0,1m, růstový faktor 1,2 a maximální počet vrstev 10. Pro budoucí nastavení okrajových podmínek pro výstup vzduchu byla síť zjemněna na ploše odsávání vzduchu průtokovým ohřívačem. Volba typu elementů byla ponechána na programu ANSYS.

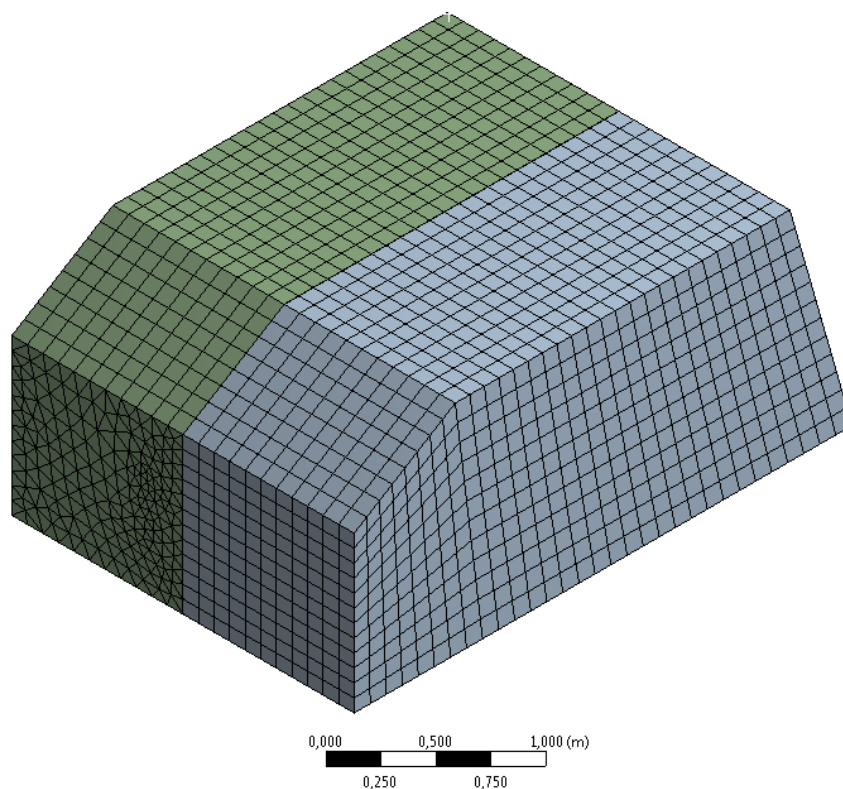


Obrázek 17 – Síť stěn vozidla

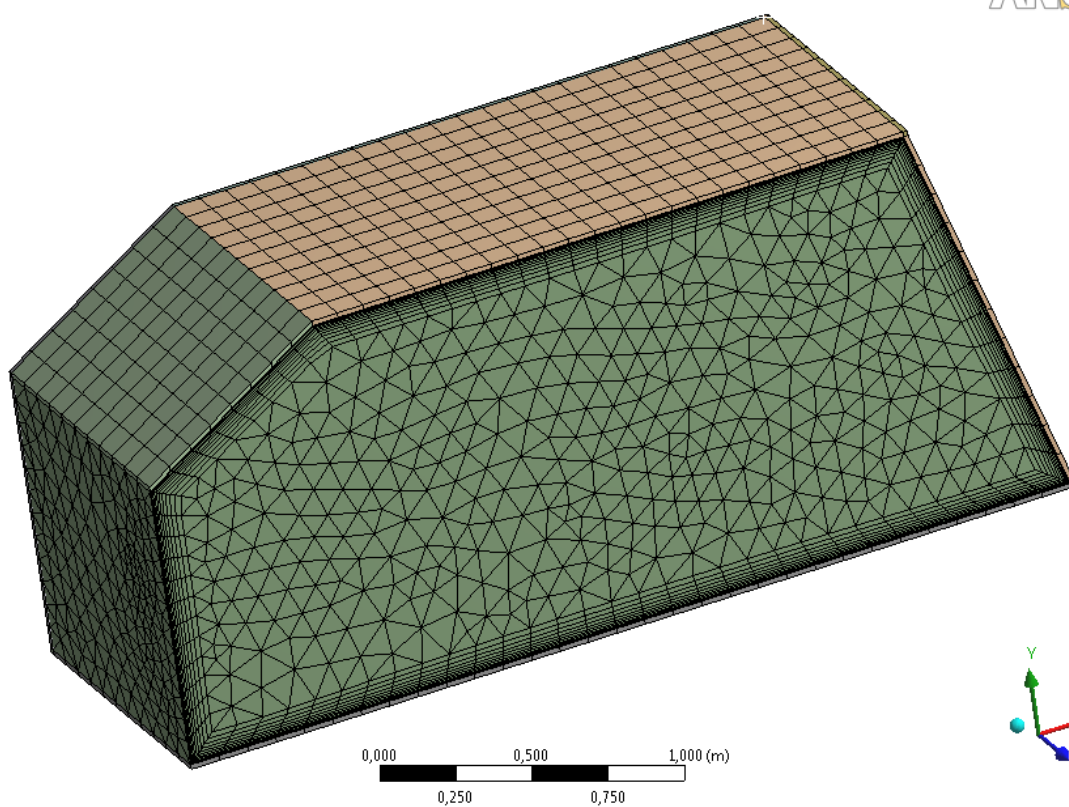


Obrázek 18 – Síť stěn vozidla, řez

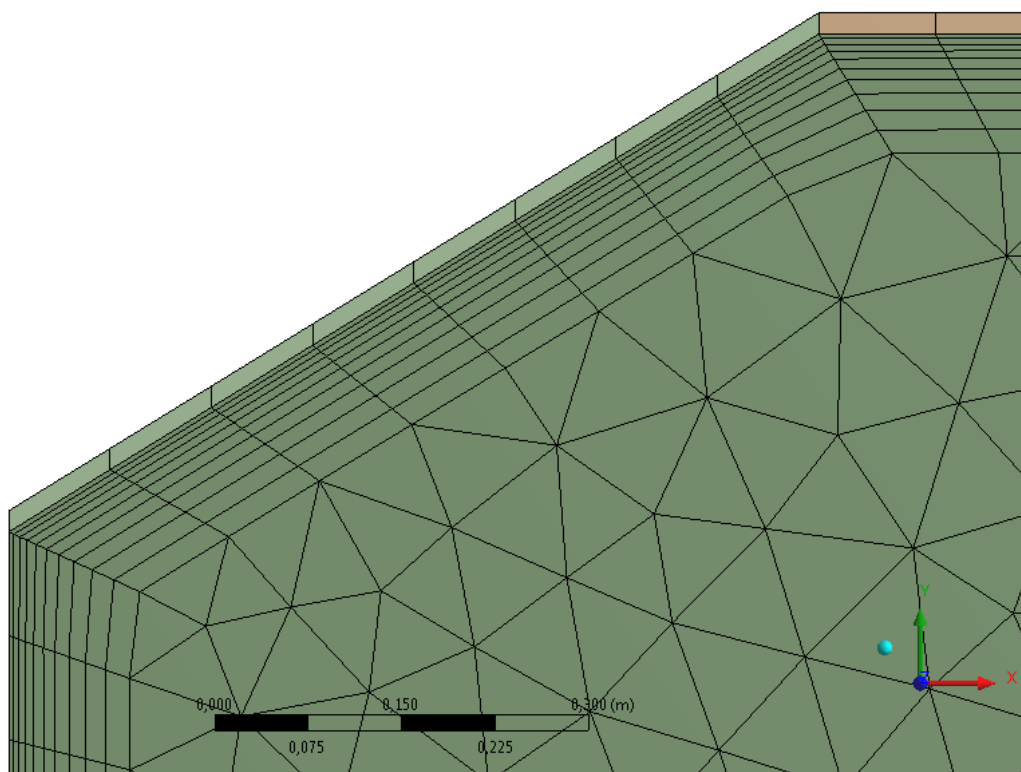




Obrázek 19 – Síť kapalné části



Obrázek 20 – Síť řezem rovinou XY



Obrázek 21 – Detail mezní vrstvy

Celkové údaje o CFD modelu:

Celkový počet uzlů..... 48 295

Celkový počet elementů..... 115 495

Počet elementů stěny..... 2736

Počet elementů kapaliny..... 112 759

Použité elementy:

elementy stěny: Hex8

elementy tekutiny Tet4, Hex8, Wed6, Pyr5

## **6.4. OKRAJOVÉ PODMÍNKY**

Pro vytvořený model a výpočtovou síť je nyní nutné nastavit okrajové podmínky v modulu CFX-pre. Některé okrajové podmínky a nastavení budou stejné jak pro ohřev, tak i pro ochlazování. Patří mezi ně např. fyzikální vlastnosti vzduchu a stěny.

### **Nastavení vzduchu:**

Jako materiál vzduchu je volen Vzduch ve formě ideálního plynu z materiálové knihovny programu CFX. Aby bylo možné zahrnout vztlakové síly vznikající přenosem tepla ve vzduchu je třeba vybrat model, který bude tento problém řešit. Zvolen byl Full Buoyancy model. Tento model vyjadřuje hustotu jako funkci teploty nebo tlaku. Tíhové zrychlení nastaveno jako  $-9,81\text{m/s}^2$  v ose Y. Pro řešení turbulentního proudění v tomto vzduchu byl zvolen dvourovnicový RNG k-epsilon model.

### **Nastavení stěny:**

Pro stěnu byl vytvořen nový materiál, který má fyzikální vlastnosti, který byly vypočteny v předcházející kapitole 6.1.

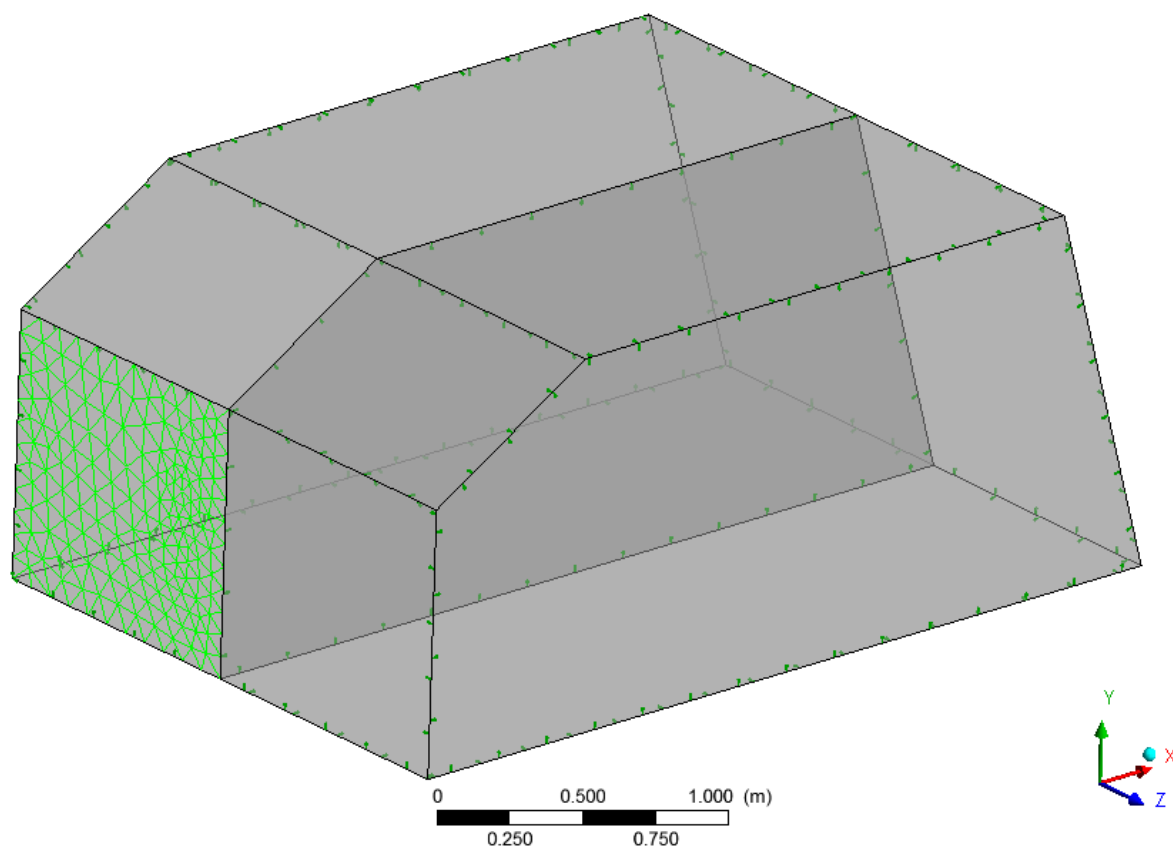
hustota:  $\rho = 994 \text{ kg/m}^3$

součinitel tepelné vodivosti:  $\lambda = 0,034 \text{ W/m} \cdot \text{K}$

měrná tepelná kapacita:  $c = 516,8 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

### **Tepelný tok od motoru vozidla:**

Jelikož motor vozidla je zapnutý jak v případě ohřevu, tak chlazení je tato okrajová podmínka stejná v obou řešených úlohách. Podmínka je aplikovaná na plochu v pravé přední části vozidla jako typ Wall s hodnotou tepelného toku  $150 \text{ W/m}^2$ .



Obrázek 22 – Umístění okrajové podmínky tepelného toku od motoru vozidla

### Umístění kontrolních bodů:

Kontrolní body pro oba případy jsou ve stejných místech. Vytvořeny byly body I, J, K, které byly umístěny do prostoru podle zadaných hodnot.

	X	Y	Z
I	0,5	0,7	0,55
J	1,4	0,7	1,1
K	2,5	0,7	1,1

Tabulka 5 – Kartézské souřadnice umístění kontrolních bodů v metrech

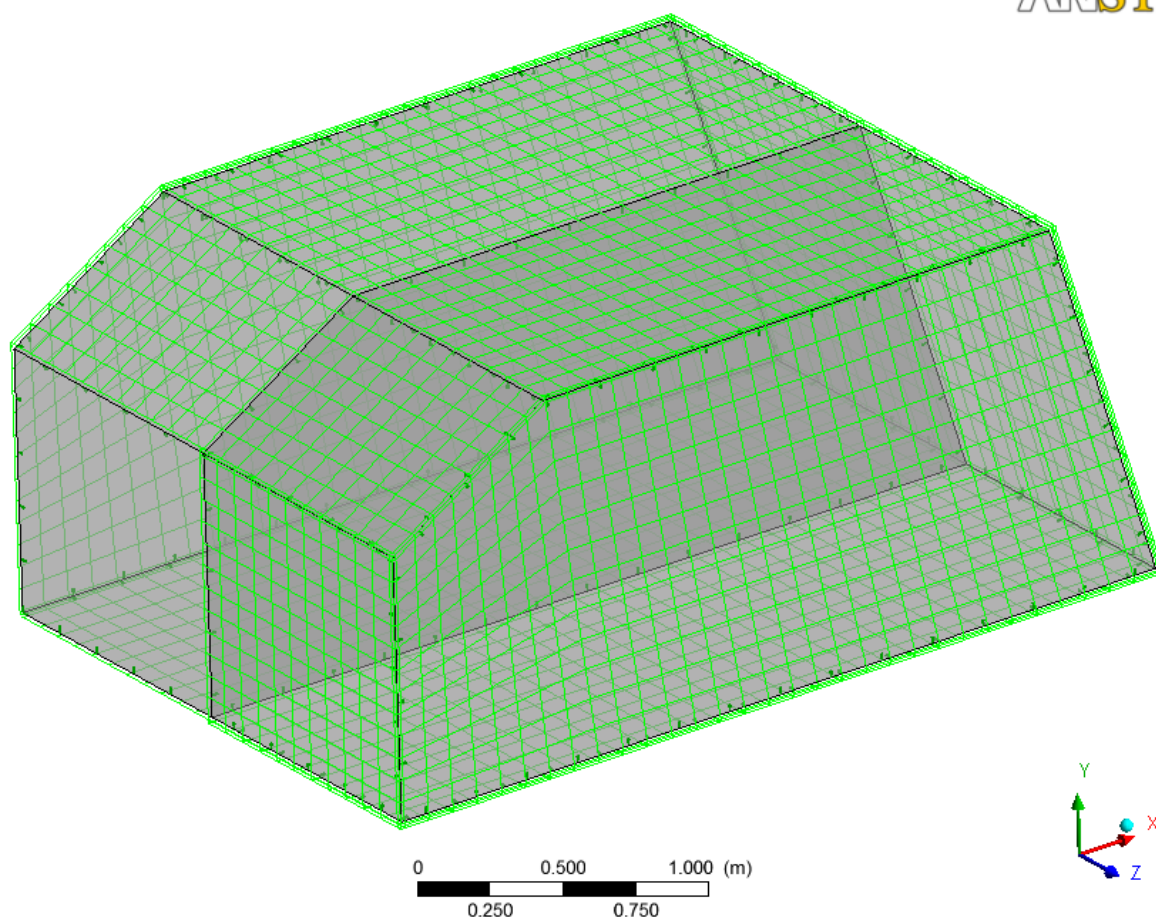
### 6.4.1. POČÁTEČNÍ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY PRO OHŘEV

Jako počáteční podmínka se definuje počáteční teplota vzduchu uvnitř vozidla a počáteční teplota stěn vozidla. Obě tyto hodnoty jsou shodné a to  $-23^{\circ}\text{C}$ . Dále je nastavena počáteční rychlost kapaliny jako nulová. Tlak zadán jako atmosférický tlak 101325 Pa. Hodnota intenzity turbulence je určena jako 5%.

#### Vnější okolí:

Na vnější stěny vozidla byly nastaveny vypočtené hodnoty součinitele přestupu tepla  $\alpha$  a teplota vnějšího okolí  $-23^{\circ}\text{C}$ .

ANSYS



Obrázek 23 – Zadání okrajové podmínky vnějšího okolí

### Objemový průtok ohříváče:

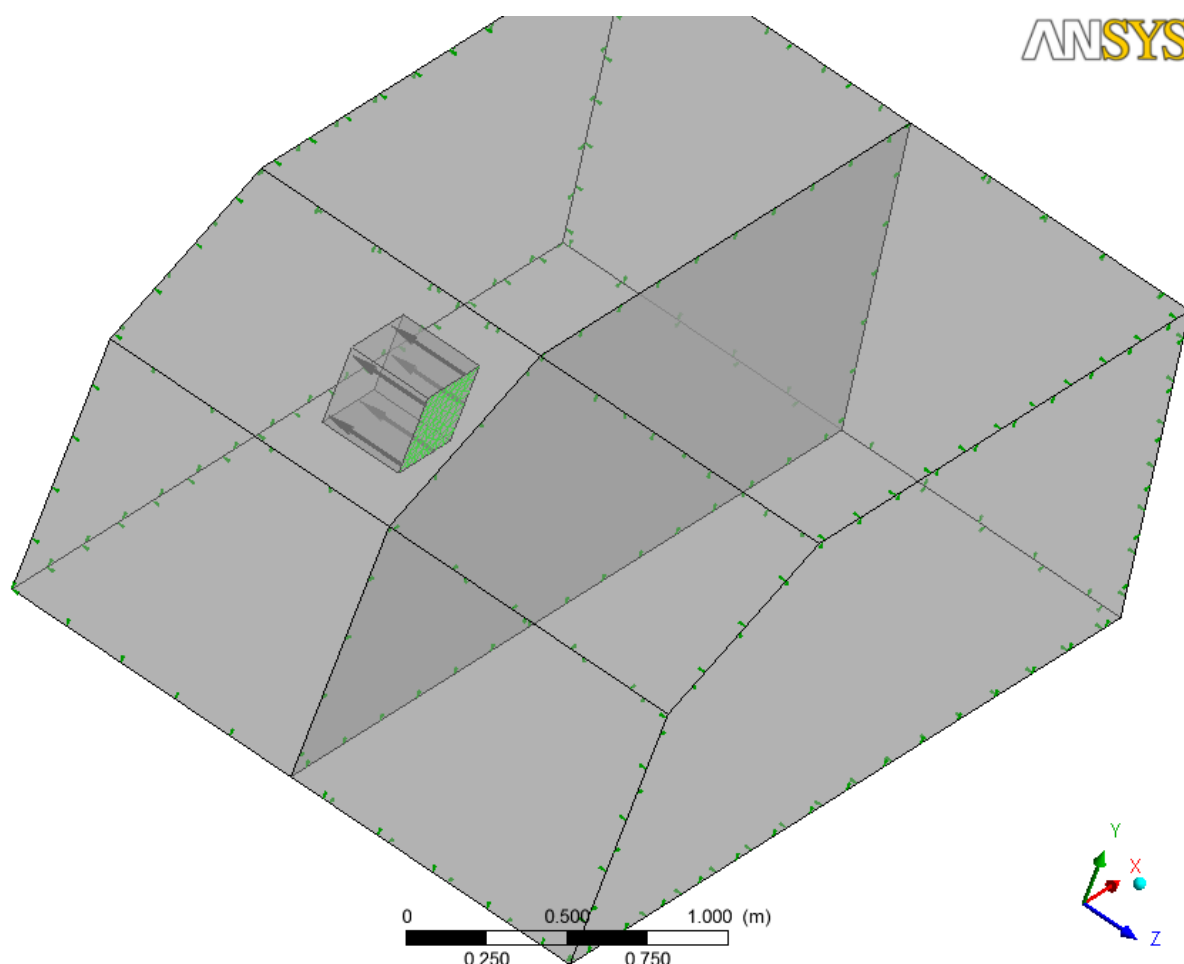
V místě, kde dochází k nasávání vzduchu uvnitř vozidla, byla použita okrajová podmínka Outlet. Jelikož nelze nastavit přímo objemový průtok, je třeba přepočítat tento průtok na hmotnostní, který lze touto okrajovou podmínkou zadat. Hmotnostní průtok se vypočte jako

$$Qm = Q_v \cdot \rho_{vzd} \quad (6.4)$$

Hustota vzduchu se bude během výpočtu měnit proto je třeba napsat funkci, která tuto změnu zahrne (tato funkce a všechny následující jsou zapsány v programovacím jazyce CFX)  $Q_m$ :

**$0,05[m^3 s^{-1}] \cdot \text{areaAve}(\text{Density})@outlet$**

kde funkce  $\text{areaAve}(\text{Density})@outlet$  vypočte průměrnou hustotu vzduchu na vstupu do ohříváče.



Obrázek 24 – Okrajová podmínka objemového průtoku

### Výfukové otvory:

Velikost výfukových otvorů je vzhledem k zbylému objemu zanedbatelná proto nebyly tyto otvory fyzicky modelovány, ale bude použita okrajová podmínka **Source point**. Tato zvláštní okrajová podmínka umožňuje nastavení různých zdrojů v určitém bodě. Může se jednat např. o zdroj energie, hybnosti, disipace. V mém případě se bude jednat o zdroj spojitosti. Pro tento zdroj bude třeba nadefinovat tyto hodnoty: hmotnostní tok, teplota, rychlost disipace, turbulentní kinetické energie a rychlost proudění ze zdroje. Celkem bude definováno 12 těchto okrajových podmínek, každá bude představovat jeden otvor.

### Hmotnostní tok na jednom otvoru:

Jelikož hodnota hmotnostního průtoku na vstupu se mění se změnou hustoty vzduchu, je definována funkce, která zajistí, že stejné množství vzduchu vstupující do ohřívače bude také vystupovat  $Q_{mi}$ :

$$-(\text{massFlow()}@outlet)/n$$

kde funkce  $-(\text{massFlow()}@outlet)$  je funkce zjišťující velikost hmotnostního průtoku na vstupu do ohřívače,  $n$  je počet otvorů.

### Teplota vycházející z jednoho bodu:

$$P = Q_m \cdot c \cdot \Delta T \quad (6.5)$$

kde  $P$  je výkon,  $c$  je měrná tepelná kapacita vzduchu,  $\Delta T$  je rozdíl teplot,  $Q_m$  je celkový hmotnostní průtok

Po úpravě této rovnice dostaneme tvar:

$$T_{out} = T_{vst} + \frac{P}{Q_m \cdot c} \quad (6.6)$$

kde  $T_{out}$  je teplota na výstupu,  $T_{vst}$  je teplota na vstupu.

Pro zapsání této rovnice v programu CFX byla nadefinována funkce  $t_{vystup}$ :

$$\text{areaAve(Temperature)}@outlet + (\text{HeatPower} / (0.065[\text{kg s}^{-1}] * 1005 [\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}])))$$

kde:  $\text{areaAve(Temperature)}@outlet$  je funkce, která určí teplotu na vstupu do ohřívače a  $\text{HeatPower}$  je měnitelný parametr výkonu ohřívače nastavený na 1000W.

Rychlost proudění z jednoho zdroje:

$$v = \frac{Q_{mi}}{S \cdot \rho_{vzd}} \quad (6.7)$$

Pro zadání této rovnice byla vytvořena funkce v závislosti na hmotnostním průtoku **v**:

$$Q_{mi} / (S \cdot 1.2 [\text{kg m}^3])$$

kde plocha otvoru  $S = 0,002 \text{ m}^2$

Turbulentní kinetická energie [4]:

$$k = \frac{3}{2} I^2 v^2 \quad (6.8)$$

jelikož v programu CFX je třeba zadat turbulentní kinetickou energii jako totální zdrojový člen, je třeba tuto hodnotu vynásobit hmotnostním průtokem otvoru  $Q_{mi}$

$$k = \frac{3}{2} I^2 v^2 Q_{mi}$$

kde intenzita turbulence  $I = 10\%$

funkce turbulentní kinetické energie v závislosti na rychlosti **k**:

$$1.5 \cdot 0.1^2 \cdot v^2 \cdot 0.0055$$

Rychlost disipace [4]:

$$\varepsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{0,3 \cdot D_h} \quad (6.9)$$

kde  $D_h$  je hydraulický průměr otvoru

$$D_h = \frac{4 \cdot S}{o} = 0,0333 \text{ m} \quad (6.10)$$

obvod otvoru  $o = 0,24 \text{ m}$

Disipace zadaná jako totální zdrojový člen:

$$\varepsilon = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{0,3 \cdot D_h} Q_{mi} \quad (6.11)$$



zadáno funkcí  $\varepsilon$ :

$$(k/0,0055)^{(3/2)/(0.3*0.033333[m])}*0.0055$$

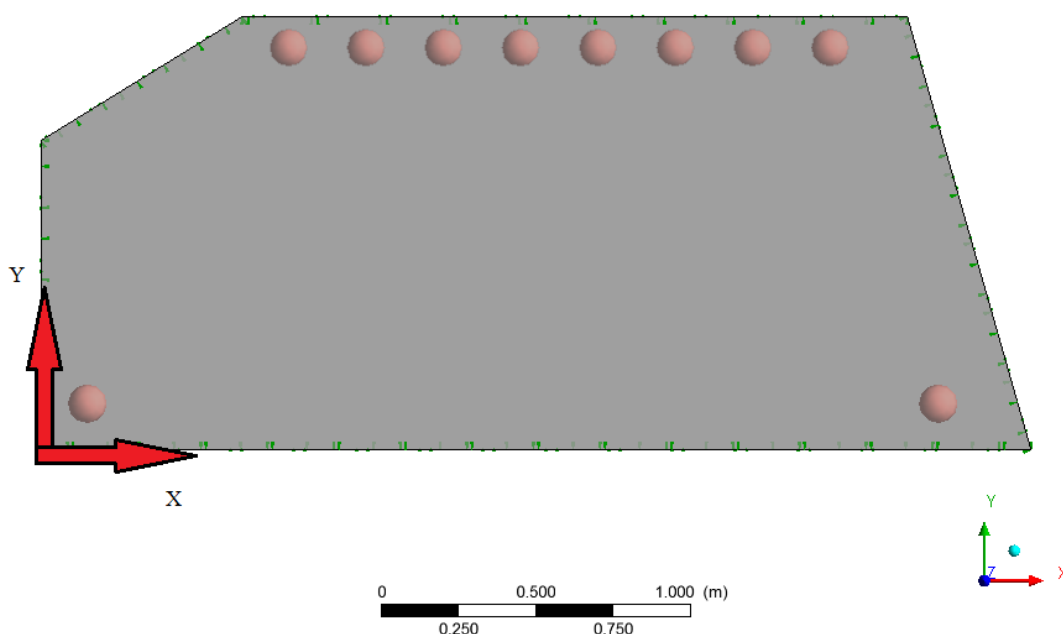
Poloha výfukových otvorů:

Umístění výfukových otvorů v prostoru vozidla nebylo zadáno, proto bylo rozmístění voleno. Poloha otvorů A až H bude stejná jak pro vyhřívání, tak pro ochlazování. Poloha otvorů a až d bude rozdílná. Umístění bodů musí být minimálně 0,15m od stěny vozidla

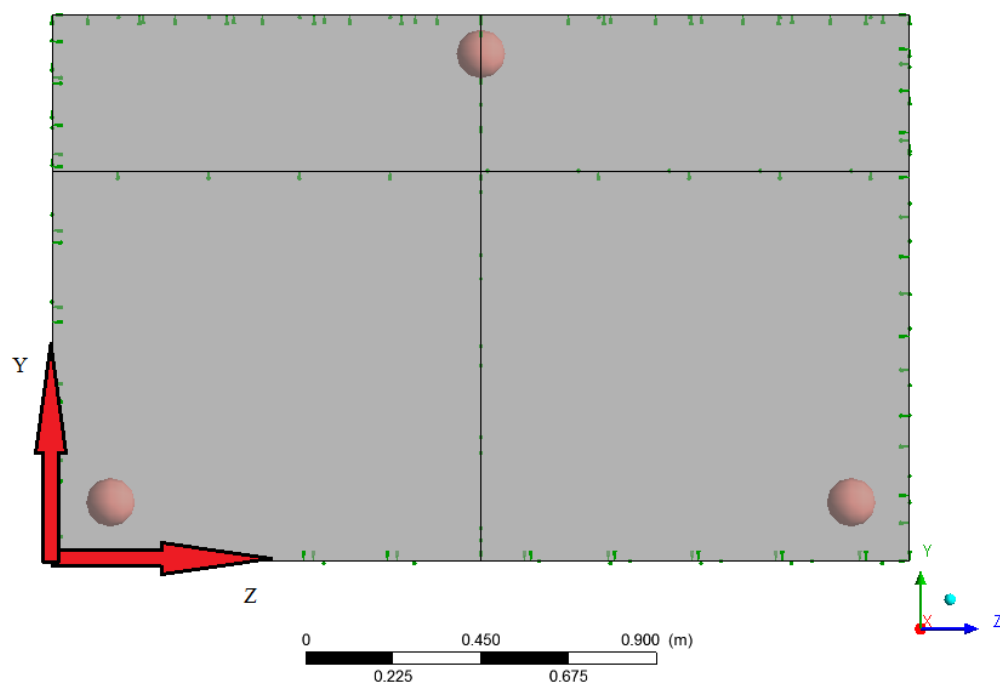
	A	B	C	D	E	F	G	H	a	b	c	d
X	0,8	1,05	1,3	1,55	1,8	2,05	2,3	2,55	0,15	0,15	2,9	2,9
Y	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	0,15	0,15	0,15	0,15
Z	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	0,15	2,05	0,15	2,05

Tabulka 6 - Kartézské souřadnice umístění výfukových otvorů v prostoru vozidla v metrech

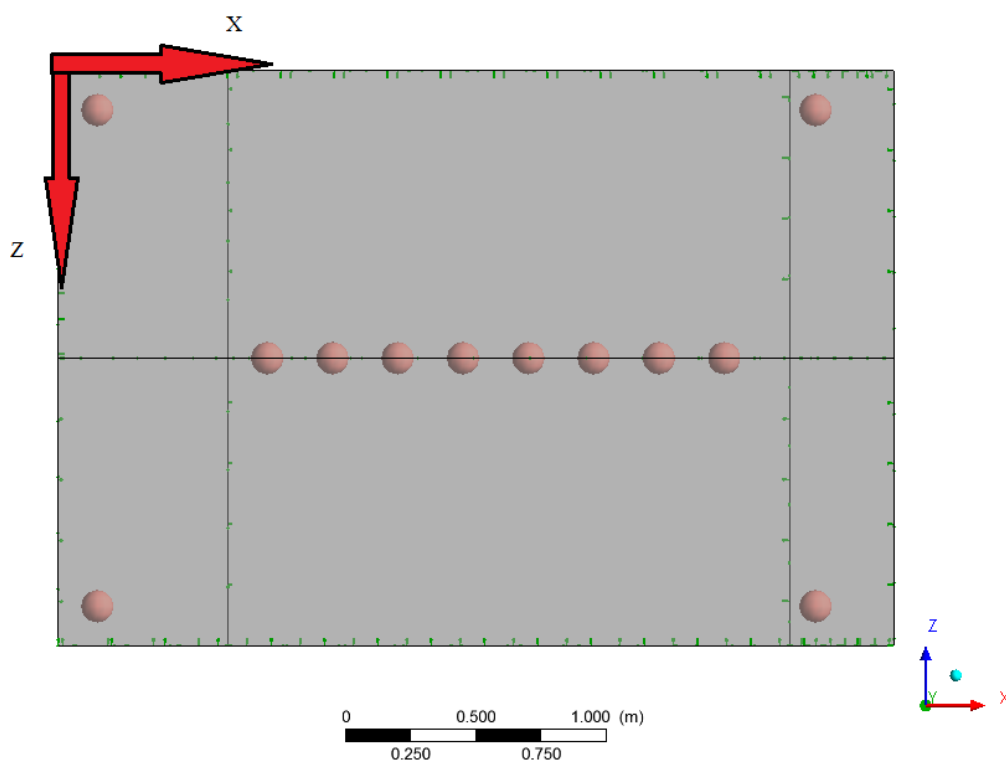
ANSYS



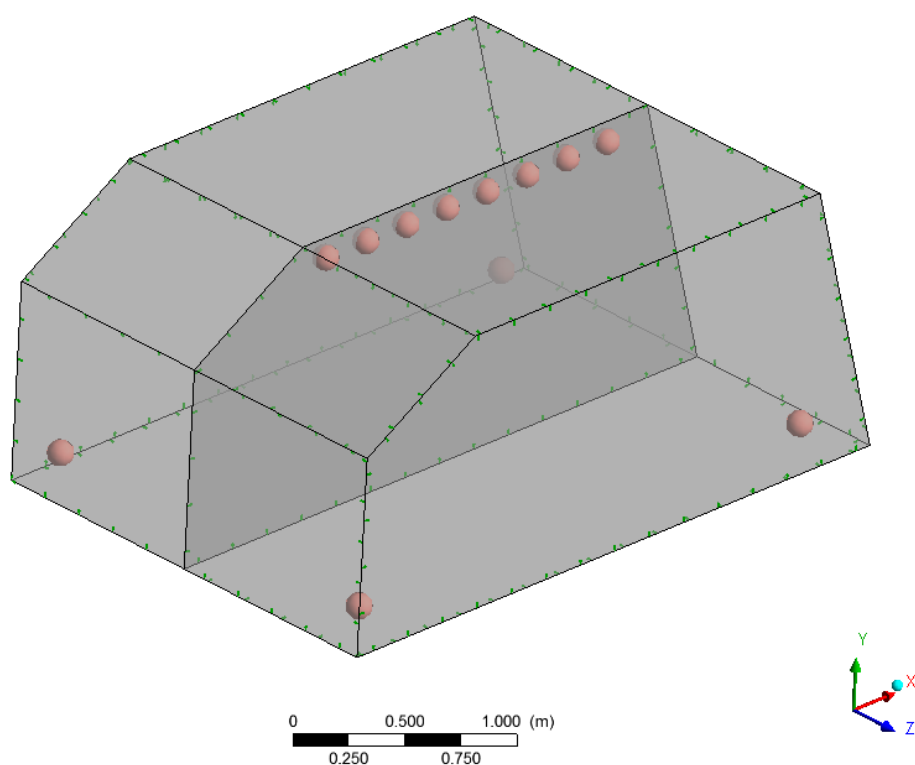
Obrázek 25 – Polohy výfukových otvorů, lokalizace souřadnicového systému, rovina XY



Obrázek 26 – Polohy výfukových otvorů, lokalizace souřadnicového systému, rovina YZ



Obrázek 27 – Polohy výfukových otvorů, lokalizace souřadnicového systému, rovina XZ



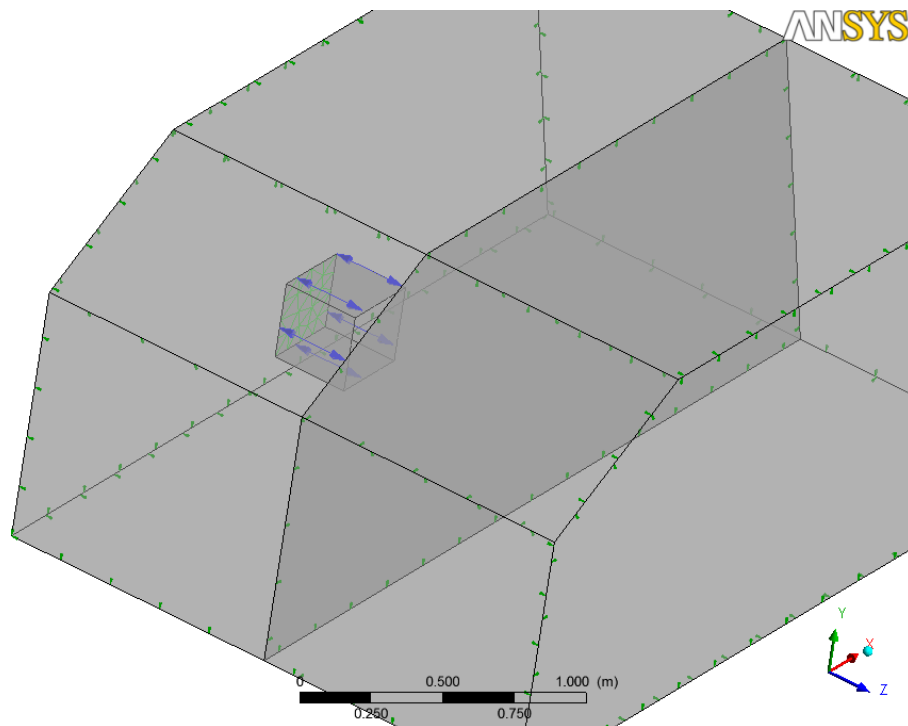
Obrázek 28 – Polohy výfukových otvorů ohřívání

A	B	C	D	E	F	G	a	b	c	d
-Y	-Y	-Y	-Y	-Y	-Y	-Y	+Z	+X	-X	-Z

Tabulka 7 - Směr výtoku vzduchu z otvorů v kartézském souřadném systému

**Tlaková podmínka ( OPENING ):**

Aby byly dodrženy podmínky pro zadání okrajových podmínek podle tabulky č.1, je třeba zadat tlakovou okrajovou podmínku. Ta bude zadána jako typ OPENING. Tlak na této podmínce je stejný jako v prostoru vozidla a to 101325 Pa. Pro zvolenou okrajovou podmínku, je třeba zadat i teplotu média proudícího případně do objemu. Teplota je nastavena jako okolní - 23°C.



Obrázek 29 – Okrajová podmínka opening

**Příklad vypočtených hodnot pro první krok:**

Hmotnostní průtok na vstupu:

$$Q_m = 0,06975 \text{ kg/s}$$

Hmotnostní průtok na výstupech:

$$Q_{mi} = 0,0058125 \text{ kg/s}$$

Teplota na výstupu:

$$t_{\text{výstup}} = -7,7^\circ\text{C}$$

Rychlost na výstupu:

$$v = 2,45 \text{ m/s}$$

Turbulentní kinetická energie:

$$k = 0,00047 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

rychlost disipace:

$$\varepsilon = 0,0139 \text{ m}^2/\text{s}^3$$

### **6.4.2. POČÁTEČNÍ A OKRAJOVÉ PODMÍNKY PRO CHLAZENÍ**

Počáteční teplota vzduchu uvnitř vozidla a teplota stěn vozidla je 33°C. Počáteční rychlost kapaliny opět nulová. Tlak zadán jako atmosférický tlak 101325 Pa. Hodnota intenzity turbulence je určena jako 5%.

#### **Vnější okolí:**

Na vnější stěny vozidla byly nastaveny vypočtené hodnoty součinitele přestupu tepla  $\alpha$  pro chlazení a teplota vnějšího okolí 33°C. Umístění viz. obrázek 23.

#### **Objemový průtok chladící jednotky:**

Zadán stejnou funkcí jako při ohřívání viz. ( 6.4 ). Umístění viz. obrázek 24

#### **Výfukové otvory:**

Stejně jako při ohřívání bude i při ochlazování použito celkem 12 otvorů. Rozměry těchto otvorů jsou stejné.

#### **Hmotnostní tok na jednom otvoru:**

Zadán stejnou funkcí jako při ohřevu.

#### **Teplota vycházející z jednoho bodu:**

Vychází se ze stejné rovnice jako při výpočtu ohřívání (6.5), ale výkon se tentokrát bude ubírat. Výkon je stanoven na 500W.

**areaAve(Temperature)@outlet+(-HeatPower /(0,065[kg s<sup>-1</sup>]\*1005 [J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>]))**

#### **Rychlost proudění z jednoho zdroje:**

Stejný vzorec jako při ohřívání (6.7). Funkce napsaná stejně

#### **Turbolentní kinetická energie a rychlost disipace:**

Zadány stejnou funkcí jako při ohřevu.

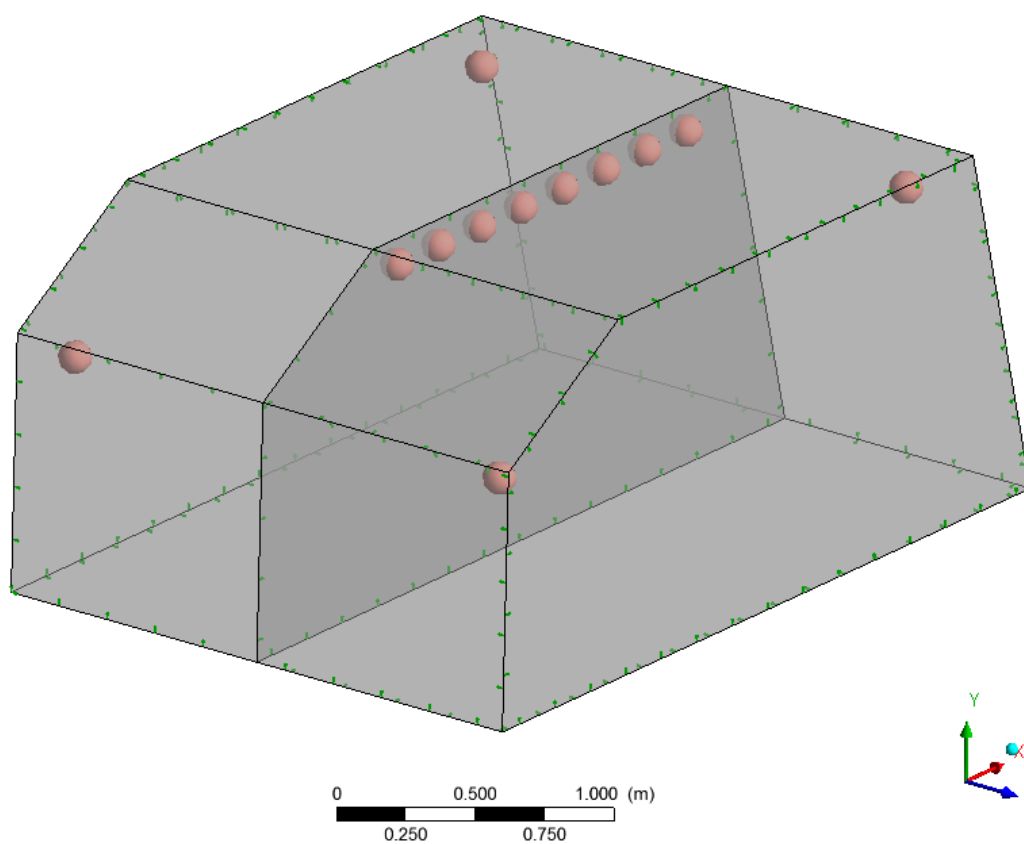
#### **Poloha výfukových otvorů:**

Umístění otvorů A až H viz. tabulka 6

	a	b	c	d
X	0,15	0,15	2,6	2,6
Y	0,9	0,9	1,3	1,3
Z	0,15	2,05	0,15	2,05

Tabulka 8 - Kartézské souřadnice umístění výfukových otvorů a až b v prostoru vozidla  
v metrech

ANSYS



Obrázek 30 – Polohy výfukových otvorů chlazení

Směr výtoku vzduchu viz. tabulka 7

**Tlaková podmínka ( OPENING ):**

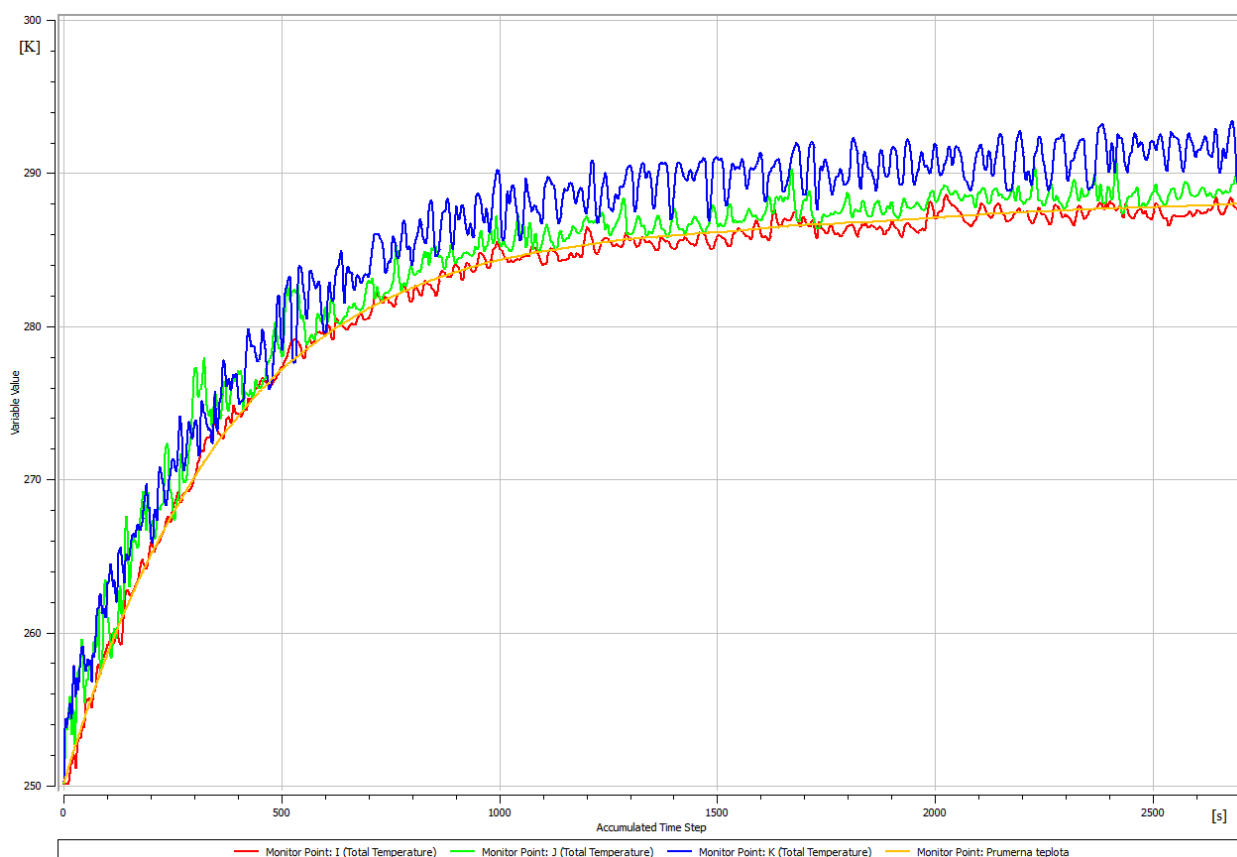
Tlak opět 101325 Pa a teplota 33°C. Umístění viz obrázek 29

## 7. VÝSLEDKY

Délka výpočtu byla stanovena na 45 minut s krokem 1 sekunda. Výpočet na domácím čtyř jádrovém počítači trval přibližně 30 hodin. Pro zobrazení výsledků byl použit post procesor CFD-Post. K vykreslení průběhu teplot v kontrolních bodech byla využita funkce monitor, která je součástí řešiče CFX – Solver Manager. Toto řešení bylo zvoleno, jelikož pro vykreslení veličin v časové závislosti v post procesoru CFD-Post by bylo potřeba ukládat velké množství kroků a načítání takového množství uložených kroků pro pozdější vykreslení je v tomto post procesoru extrémně časově náročné.

### Ohřívání:

Na obrázku 31 je vidět průběh teploty ve třech stanovených bodech a také průběh průměrné teploty v interiéru vozidla během 45min výpočtu. Teplota je ve stupních Kelvina a čas v sekundách.



Obrázek 31 – Průběh teploty při ohřívání v kontrolních bodech

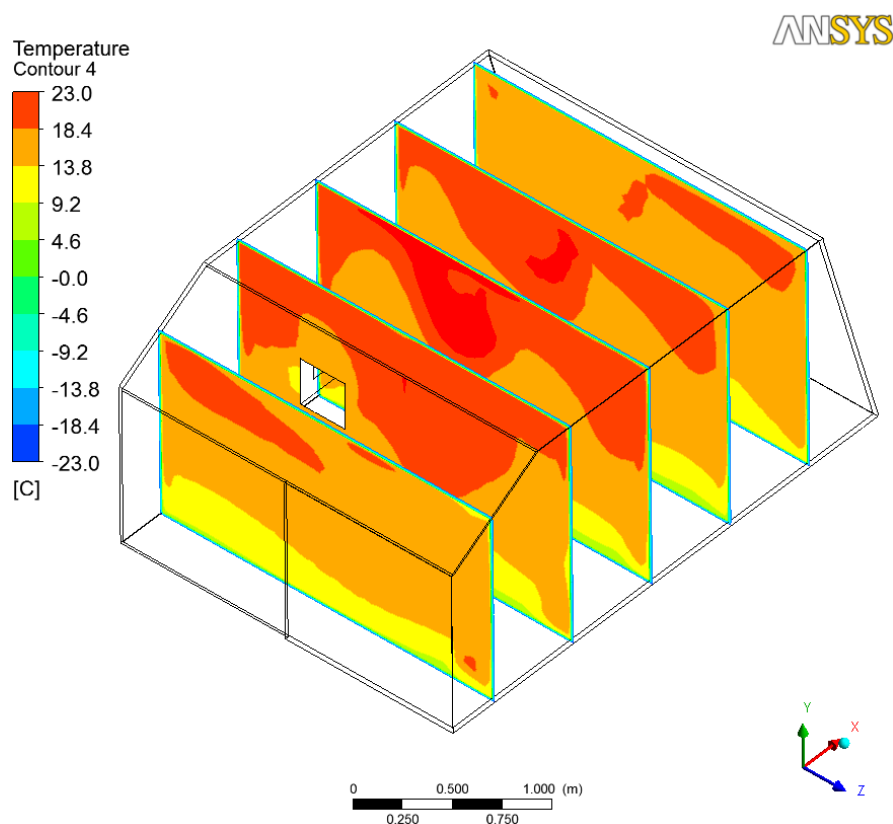
Z obrázku je zřetelné, že teplota v kontrolovaných bodech nebude nikdy úplně ustálená vzhledem k proudění uvnitř vozidla, ale je zřejmé, že teplota po přibližně 2000 krocích respektive 33 minutách při výkonu 1000W již kolísá ve stejných hodnotách v rozmezí 15 – 20°C, proto je možné tento průběh považovat za ustálený. Rozmezí teplot mezi jednotlivými body není překročeno o 8°C, proto je tento průběh považován za vyhovující.

Na následujících obrázcích 32 a 33 je vidět teplota v rovinách YZ a XY. Teplota je zobrazena jak vzduchu, tak i stěn vozidla. V řezech jsou viditelné části syté červené, kde dochází k přivádění teplého vzduchu z výfukových otvorů.

Z objemového vykreslení teploty na obrázcích 34 a 35 jsou opět viditelné tmavě červené proudy vzduchu vycházející z výfukových otvorů, které přivádějí teplý vzduch do objemu.

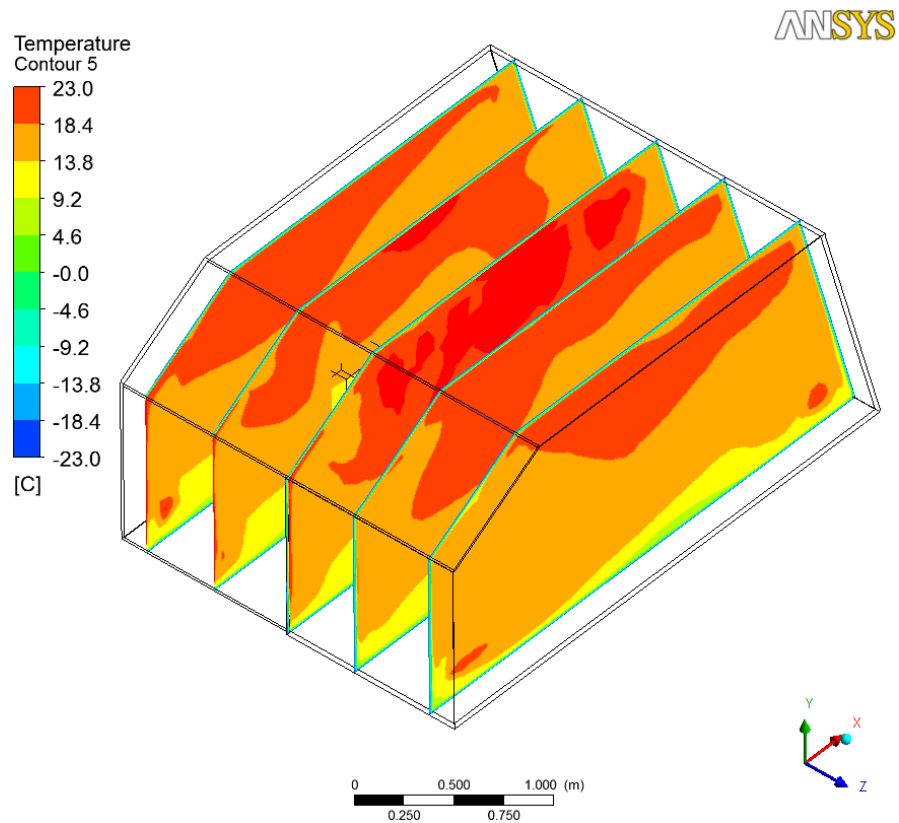
Obrázky 36 a 67 zobrazují proudnice ve vozidle během ohřívání. Z obrázku je patrné, jak dochází k rozprouzení a cirkulaci vzduchu v důsledku přívodu vzduchu z výfukových otvorů.

Na obrázku 38 je řez stěnou, rovinou XY ve středu vozidla. Je zde vidět jak dochází k nesouměrnému prohřívání stěn vozidla.

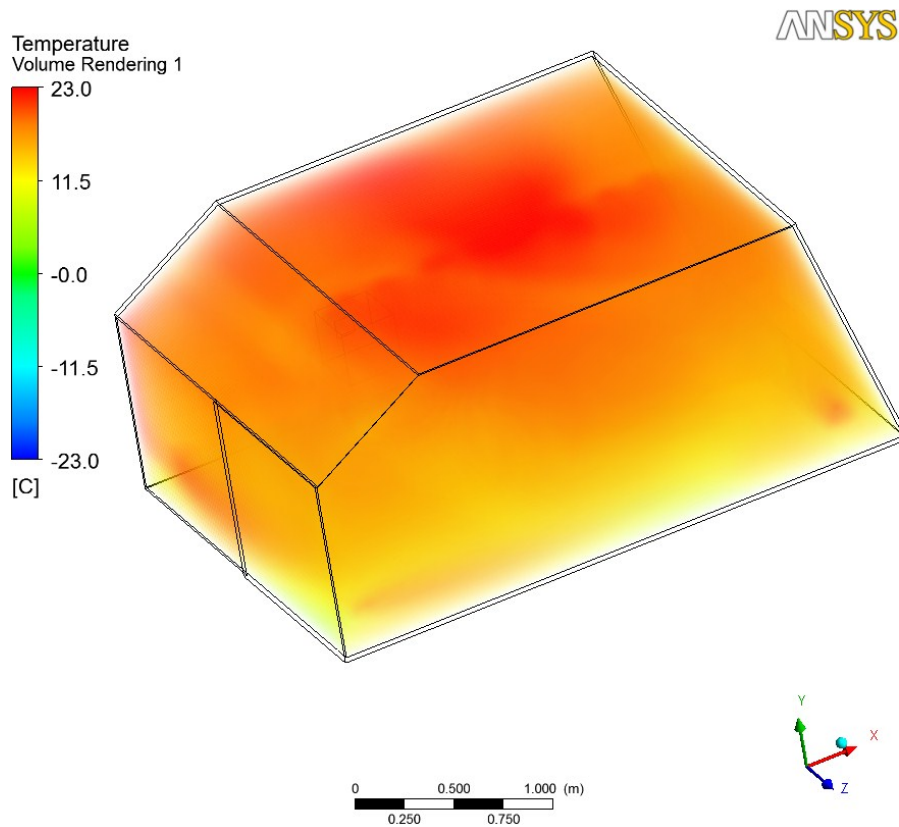


Obrázek 32 – Teplota v řezech rovinami YZ

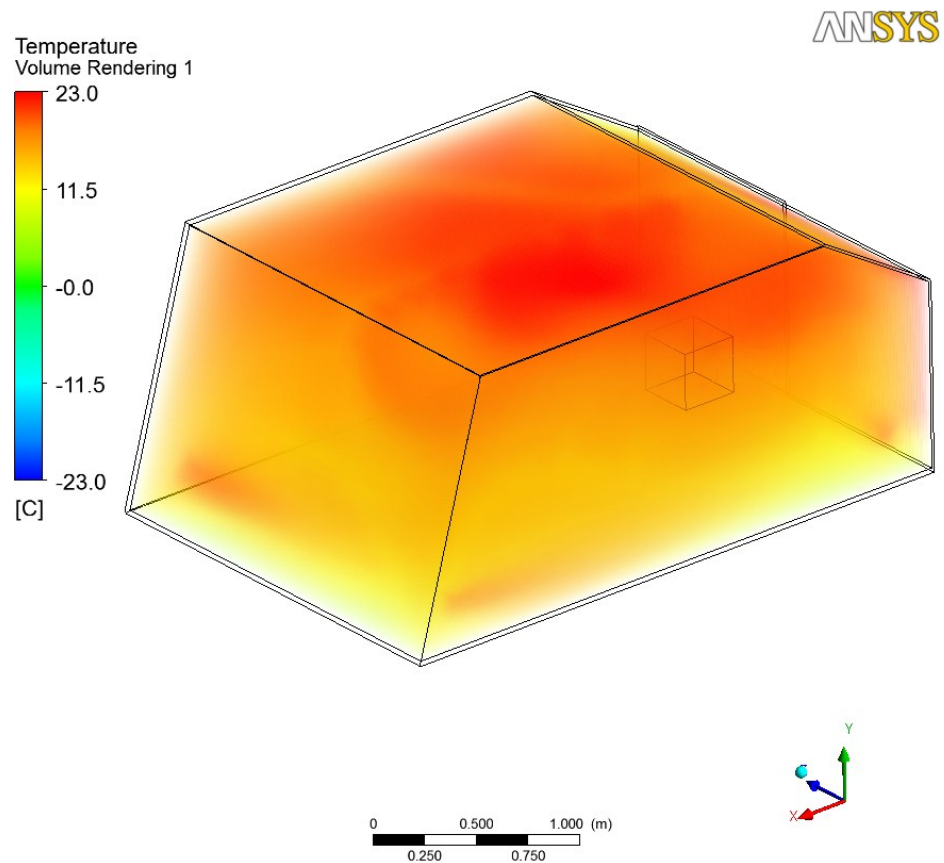




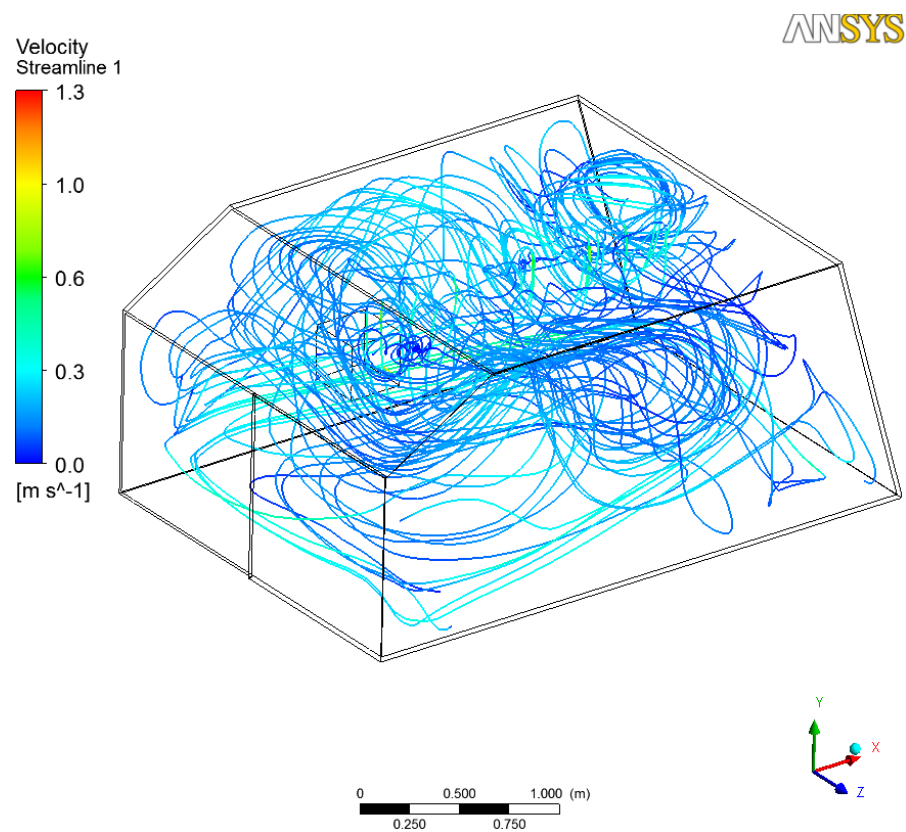
Obrázek 33 – Teplota v řezech rovinami XY



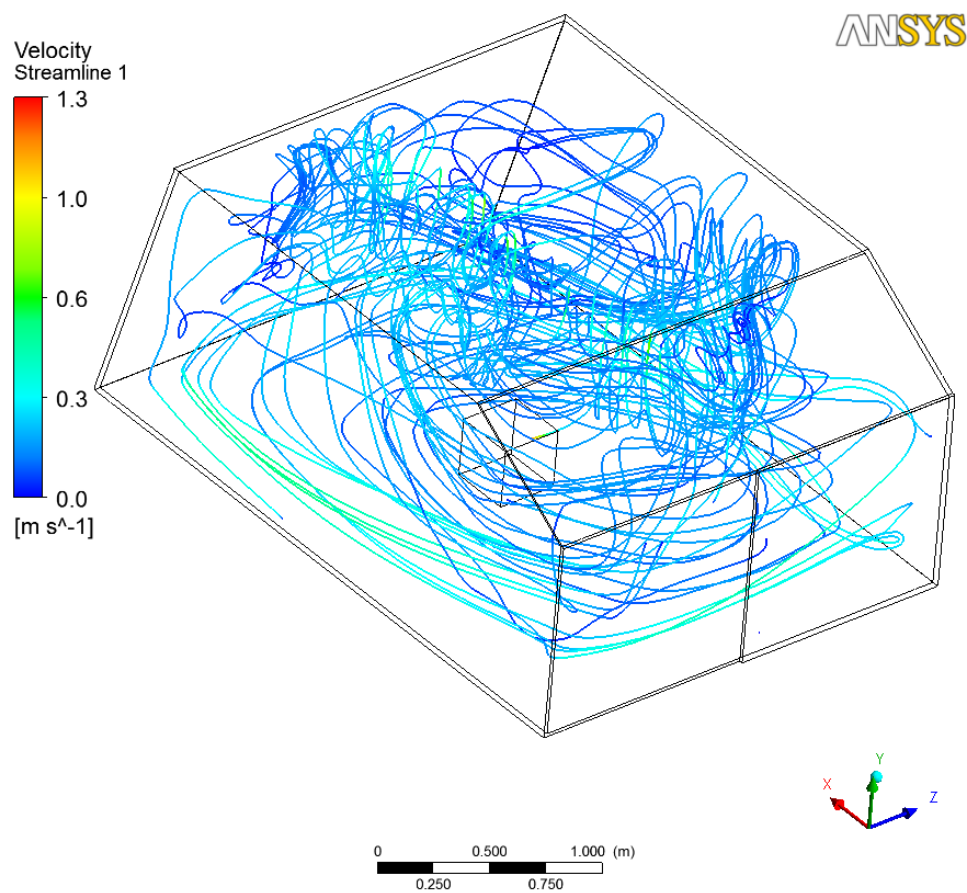
Obrázek 34 – Teplota vykreslena objemově



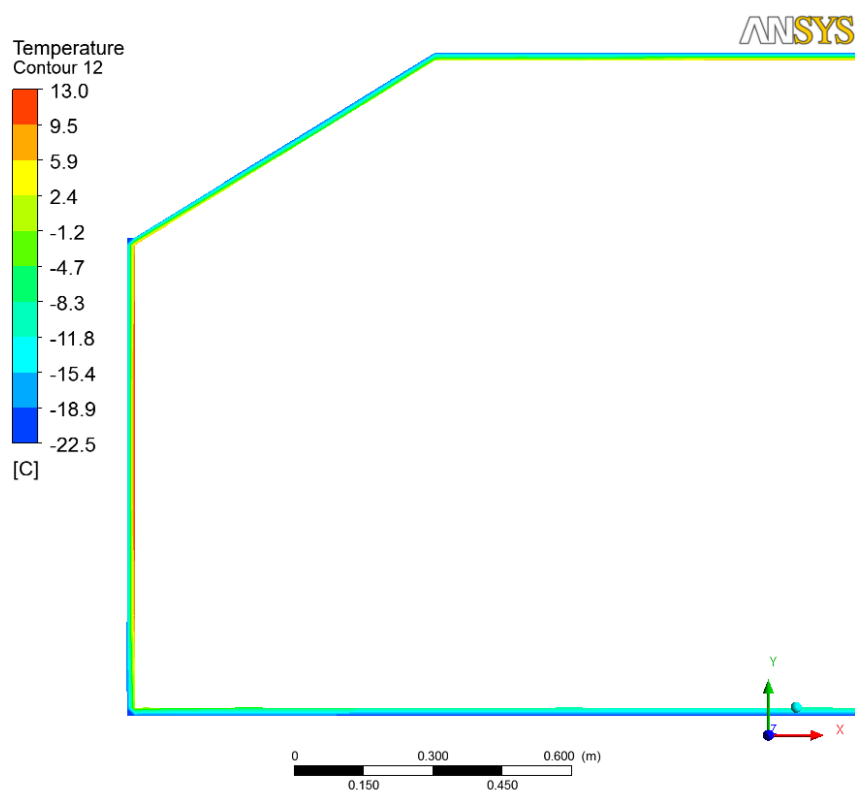
Obrázek 35 – Teplota vykreslena objemově



Obrázek 36 – Proudnice vzduchu

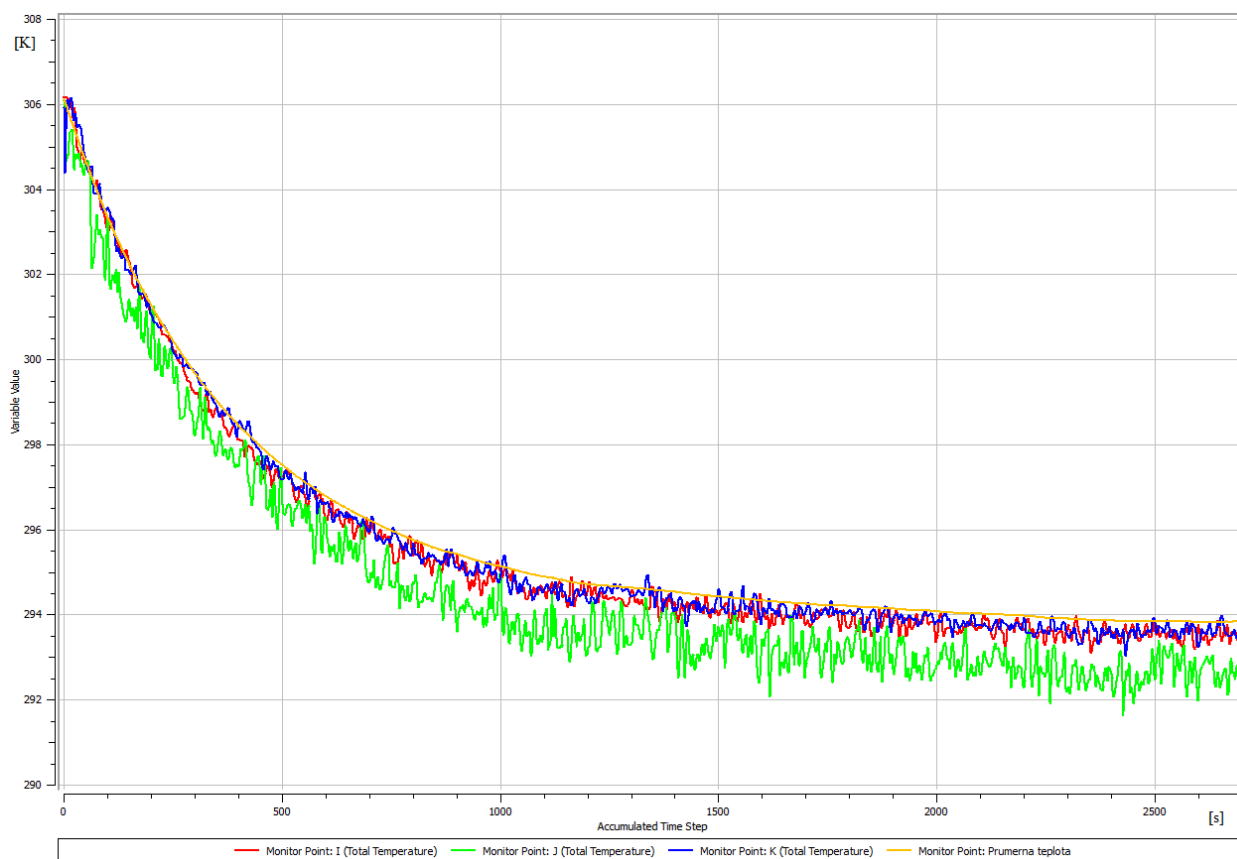


Obrázek 37 – Proudnice vzduchu



Obrázek 38 – Teplota stěny v řezu rovinou XY

## Ochlazování:



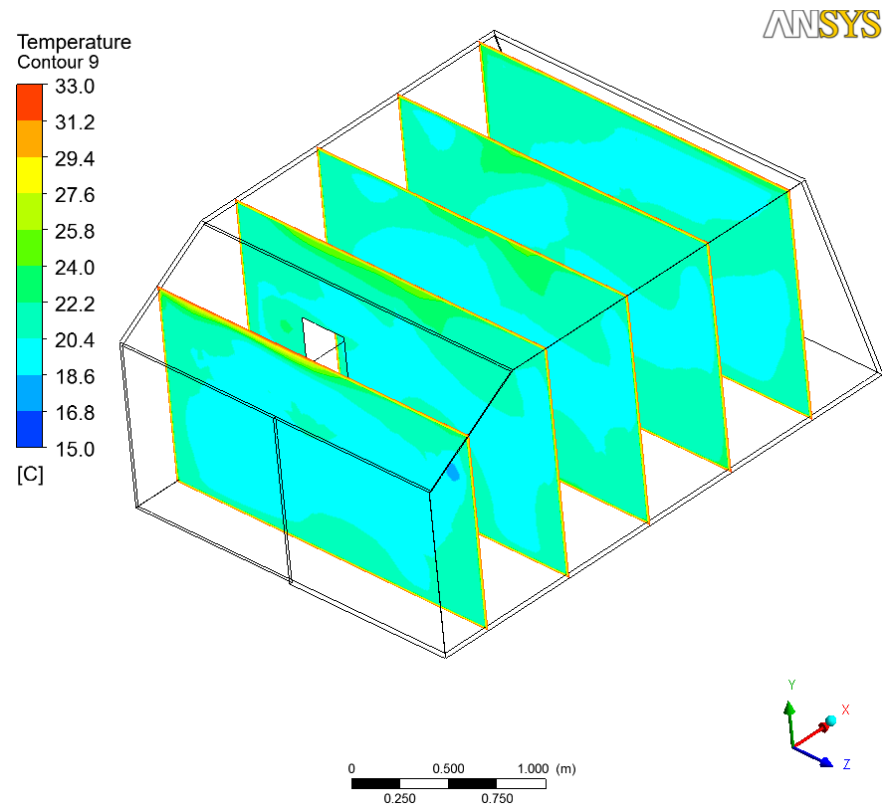
Obrázek 39 – Průběh teploty při ochlazování v kontrolních bodech

Obrázek 39 ukazuje průběh teplot ve třech kontrolních bodech pro ochlazování. Stejně jak v případě ohřívání tak ani tady nelze stanovit přesnou ustálenou hodnotu, ale z obrázku je zřejmé, že ustálení na požadované přibližné teplotě 20°C bylo dosaženo po přibližně 1500 krocích což je v mém případě po 25 minutách a výkonu 500W. Teplotní rozdíl mezi jednotlivými kontrolními body nepřesahuje 8°C, proto považuji výsledky za vyhovující.

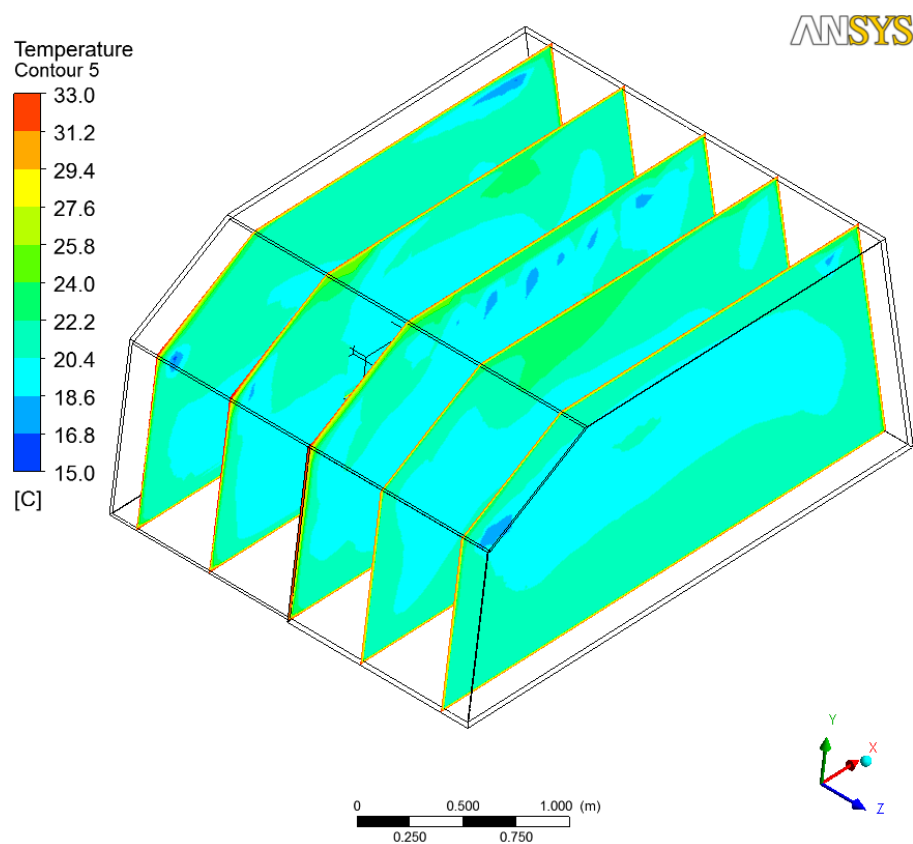
Obrázky 40 a 41 ukazují teplotu v řezech v rovinách YZ a XY. Na obrázku 41 jsou patrné tmavě modré části, které představují studený vzduch vnikající do vozidla výfukovými otvory.

Vykreslení teploty v objemu ukazují obrázky 42 a 43. Na nich lze vidět jak tmavě modré části, představující chladný vzduch cirkulující v prostoru vozidla, tak i teplo přicházející od motoru v podobě tmavší zelené barvy.

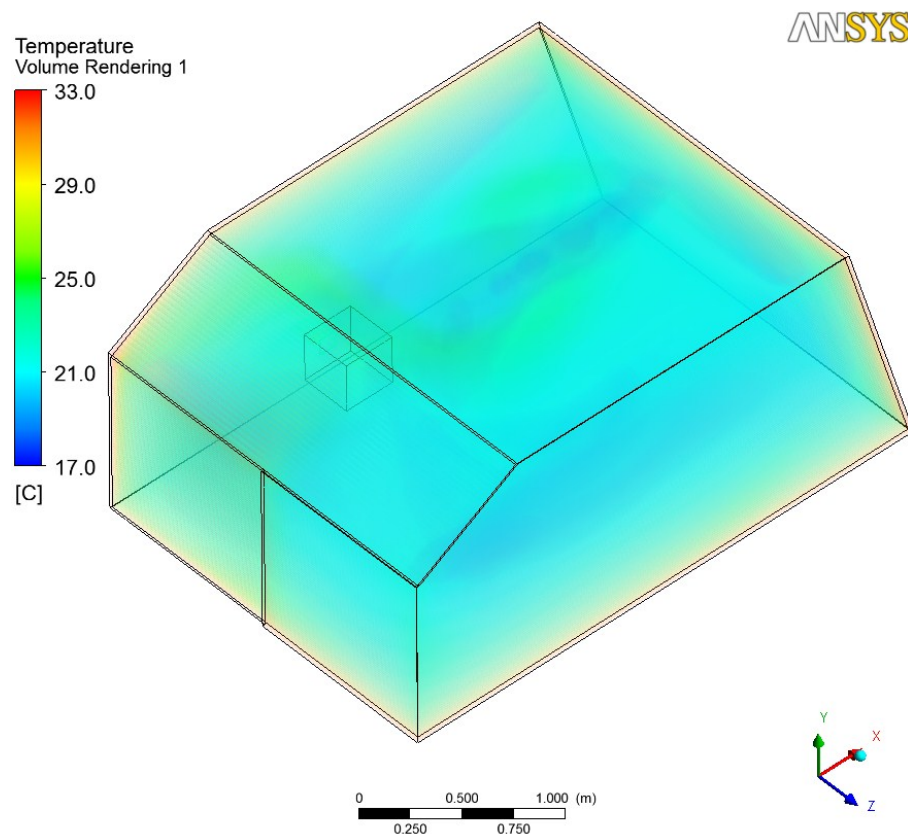
Proudnice vzduchu můžeme vidět na obrázcích 44 a 45. Jsou jasně zřetelné části, kde dochází k rozproudění vzduchu díky výfukovým otvorům.



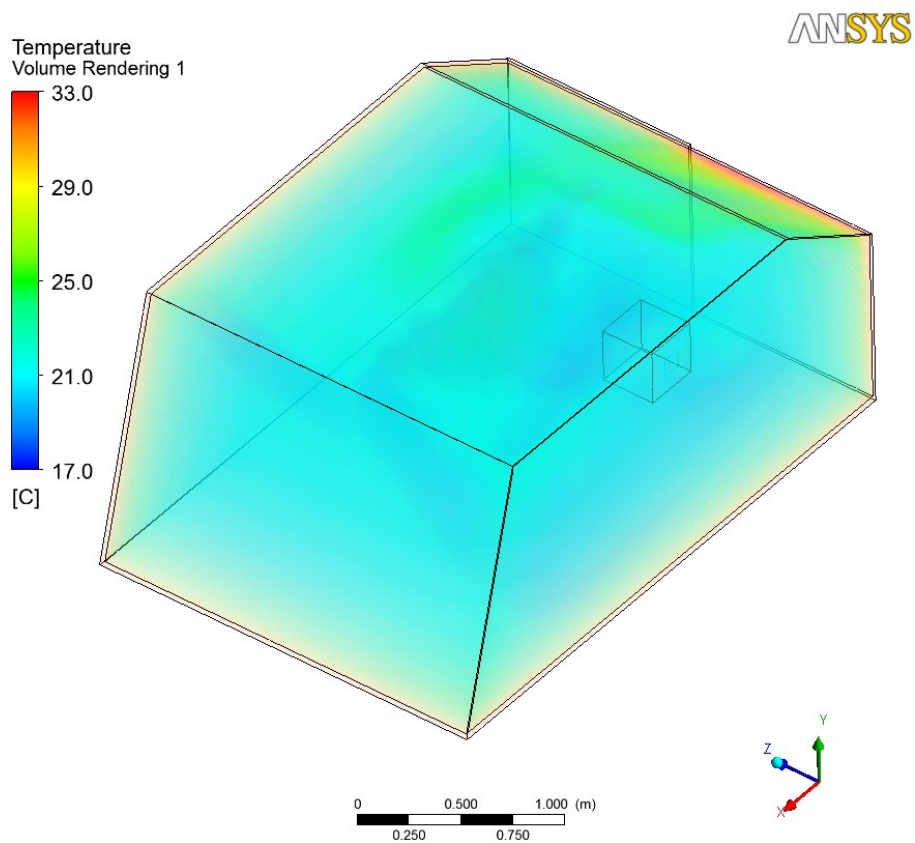
Obrázek 40 – Teplota v řezech rovinami YZ



Obrázek 41 – Teplota v řezech rovinami XY

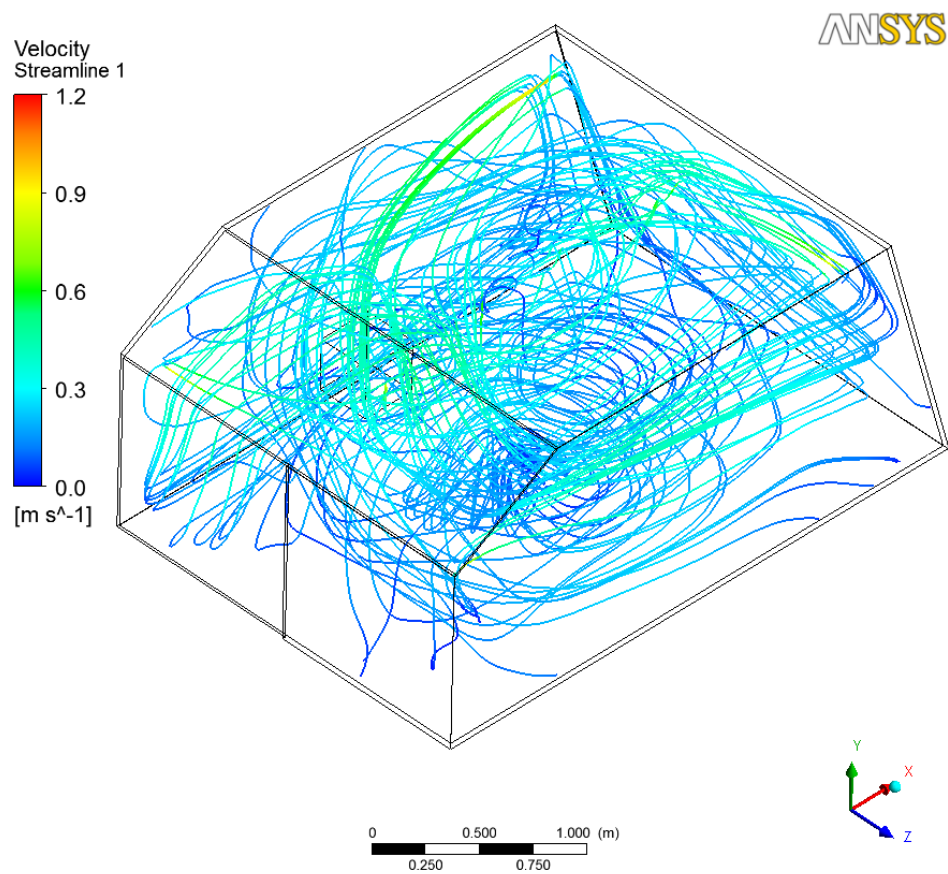


Obrázek 42 – Teplota vykreslena objemově

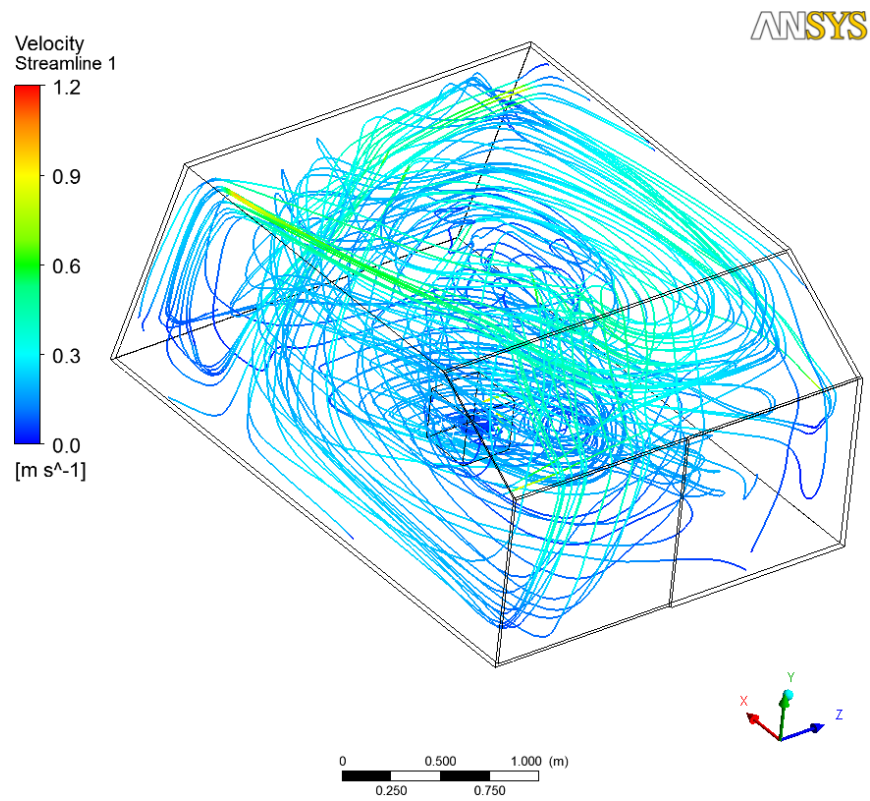


Obrázek 43 – Teplota vykreslena objemově





Obrázek 44 – Proudnice vzduchu



Obrázek 45 – Proudnice vzduchu

## 8. ZRYCHLENÍ VYHŘÍVÁNÍ

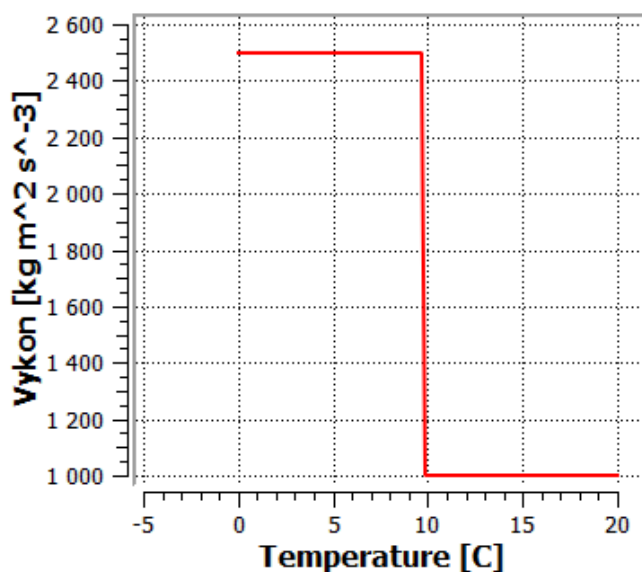
Jak bylo řečeno v úvodu, jedná se o speciální vozidlo, které musí být připraveno během chvíle na plnění svých úkolů. Z obrázku 31 je patrné, že teplota ve vozidle dosáhne požadované teploty 20°C za dobu 33 minut. Tento čas se zkrátí tím, že se zvýší výkon ohřívače. Toto zvýšení by ale způsobilo, že ustálená hodnota při plném výkonu by se přehoupla přes požadovanou teplotu 20°C což je v rozporu se zadáním. Proto je třeba navrhnout systém regulace tak, aby při dosažení požadované hodnoty byl výkon snížen na takovou hodnotu, aby byla teplota ve vozidle udržována na požadované ustálené hodnotě.

Nejjednodušší možností, jak této regulace v programu CFX dosáhnout je napsání skokové funkce, která v případě dosažení určité hodnoty sníží výkon ohřívače. Všechny počáteční i okrajové podmínky výpočtového modelu budou stejné jako při standardním ohřívání, ale místo stanoveného výkonu jak tomu bylo v předcházejících úlohách, bude použita funkce.

Funkce pro teplotu vycházející z výfukových otvorů:

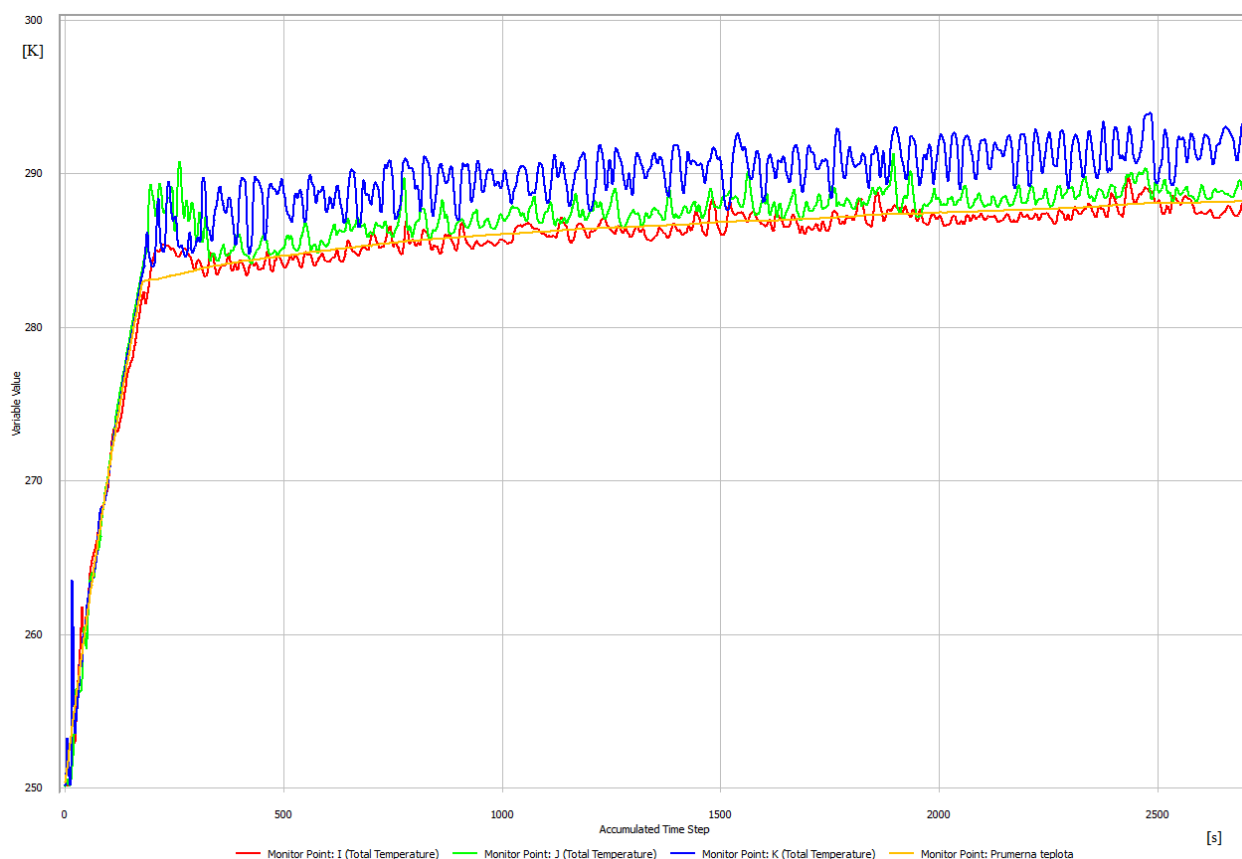
**`areaAve(Temperature)@outlet+((2500-1500*(step((VolumeAve(Temperature)@vzduch-283[K])/(1[K]))))*1[W]/(0,065[kg s-1]*1005 [J kg-1 K-1]))`**

kde  $((2500-1500*(step((VolumeAve(Temperature)@vzduch-283[K])/(1[K]))))*1[W])$  je funkce, která zajistí, že při překročení teploty 10°C bude výkon snížen z 2500 na 1000W.



Obrázek 46 – Vykreslení funkce v programu CFX





Obrázek 47 – Průběh teploty při zrychleném ohřívání v kontrolních bodech

Z obrázku 47 je vidět jak teplota v kontrolních bodech naroste během 200 kroků (3,3 minuty) na teplotu v rozmezí 12 – 17°C. Zcela zřetelný je zlom, kde dochází ke skokové změně z 2500W na 1000W a další ohřívání vzduchu ve vozidle je už pozvolnější tak jak tomu bylo v případě vyhřívání pouze 1000W. Ustálení teploty je dosaženo okolo 1000 kroků (16 minut).

## 9. ZÁVĚR

Po nastudování základů teorie proudění a teplotních přenosů byl vytvořen výpočtový model v programu ANSYS. Jelikož stěna vozidla byla počítána jako jedna, bylo potřeba vypočítat materiálové vlastnosti této stěny, aby odpovídala vlastnostem stěně zadané z dvou materiálů. Tento výpočet byl proveden v programu MatCad (viz. příloha A).

Dále byl určen přibližný součinitel přestupu  $\alpha$  na vnějších stěnách vozidla. Výpočet tohoto součinitele byl proveden pomocí vzorců převzatých z [3]. Vypočtené hodnoty tohoto součinitele se musí brát s určitou rezervou. Výpočet byl proveden za podmínek volné konvekce, to znamená, že nebyla brána v úvahu rychlost proudění okolního vzduchu, která by při pohybu vozidla určitě nastala, ale tato data nebyla zadána. Získání přesného součinitele by vyžadovalo experiment ze skutečného provozu. Výpočet součinitele na jednotlivých stěnách pro ohřívání a ochlazování byl realizován v programu MathCad (viz příloha B a C).

V programu ANSYS byla vytvořená výpočtová síť, která obsahuje 115 495 elementů. Byla vytvořená mezní vrstva (obrázek 21) pro proudění v blízkosti stěny. Vzhledem k výpočtovým kapacitám počítače byla snaha vytvořit síť co nejhrubší, která by ale zároveň s dostatečnou přesností byla schopna řešit proudění a přestup tepla modelu. Z tohoto důvodu redukce elementů byly stěny vozidla modelovány na tloušťku pouze jedním elementem.

V programu CFX byly vytvořeny dva výpočtové modely, jeden pro ohřívání druhý pro ochlazování. Výfukové otvory pro oba modely byly rozdílné. Teplý vzduchu stoupá díky vztakovým silám směrem vzhůru, a aby bylo dosaženo dobrého prohřátí celého prostoru vozidla, byly čtyři otvory umístěny na podlaze. Směr výstupu byl proveden tak aby vlivem rychlosti vzduchu z těchto otvorů vystupujících došlo k rozprouzení vzduchu na podlaze a chladnější vzduch se v této oblasti se „neusazoval“. V případě ochlazování tomu bylo naopak a čtyři otvory byly umístěny v horní části vozidla tak, aby teplý vzduch stoupající nahoru byl okamžitě ochlazován. K zadání okrajových podmínek byly napsány funkce, které zajistily správné chování průběhu ohřívání a ochlazování v závislosti na změnách hustoty vzduchu ke které dochází při změně teploty.

Simulace průběhu ohřívání a ochlazování byla vypočítána pro časový interval 45min. Z obrázku 31 je vidět průběh teploty v kontrolních bodech v závislosti na čase. Při ohřívacím výkonu 1000W bylo dosaženo ustálené hodnoty 20°C z -23°C po 33 minutách. Na obrázcích 36 a 37 můžeme vidět proudnice vzduchu, které rozproudily vzduchu na podlaze, jak bylo

předpokládáno. Rychlost proudění uvnitř vozidla je ve většině prostoru maximálně 1,3 m/s se špičkami v místech nasávání vzduchu ohřívacem a výfukovými otvory, což je pro posádku vozidla vyhovující. Při ochlazování s výkonem 500W byla teplota ve vozidle snížena z počátečních 33°C na požadovanou teplotu 20°C za 25 minut.

K dosažení rychlého vyhřátí a posléze udržení požadované teploty byl vytvořen nový model, který vycházel z modelu pro ohřívání s tím, že byla vytvořena nová funkce pro stanovení tepla vycházejícího z výfukových otvorů. Tato funkce způsobila, že po dosažení průměrné teploty 10°C uvnitř vozidla byl výkon snížen na hodnotu 1000W a na požadovanou teplotu 20°C se dospělo pomalým ohříváním. Rychlost ohřevu by mohla být ještě vyšší, ale to za cenu dalšího zvýšení výkonu ohříváče což by mělo za následek velmi horký vzduch vycházející z výfukových otvorů, který by již mohl být pro posádku vozidla nepříjemný. Ze stejného důvodu byla zvolena teplota přepnutí 10°C jelikož při této teplotě vzduch vycházející z výfukových otvorů má při výkonu 2500W teplotu kolem 48°C což je teplota velmi vysoká. Při využití takovéto funkce byla teplota uvnitř vozidla zvýšena z -23°C na přibližně 15°C za 3 minuty a dosažení požadované ustálené teploty během 16 minut. Jedná se o významné zkrácení oproti vyhřívání konstantním výkonem 1000W, při kterém by toto trvalo 33 minut.

Nalezení optimální regulace výkonu pro rychlé vyhřátí a zároveň pocitové pohodlí posádky by vyžadovalo další rozbor a naprogramování systému regulace vyhřívání. Pro přepnutí výkonu byla jako podmínka použita funkce pro zjištění průměrné teploty v celém prostoru vozidla. Zjistit takovouto hodnotu v reálném vozidle by asi nebylo možné, proto by musel být vymyšlen systém, který by ovládal regulaci třeba na principu teploty v určitých bodech. Řešení těchto problémů ale není cílem této diplomové práce.

## ***10. POUŽITÁ LITARATURA***

[1] Blejchař Tomáš – *Turbulence Modelování proudění – CFX*, VŠB-TU Ostrava, 2010. pp. 259  
Dostupné z <http://www.338.vsb.cz/studium9.htm>

[2] Kozubková Milada – *Modelování proudění tekutin Fluent, CFX*, VŠB-TU Ostrava, 2008.  
pp.153 Dostupné z <http://www.338.vsb.cz/studium9.htm>

[3] Kadlec Zdeněk – *Průvodce sdíleném tepla pro požární specialisty*, Sdružení požárního a bezpečnostního inženýrství, 2009. pp. 100. ISBN: 978-80-7385-061-6

[4] informace Ing. Tomáš Blejchař Ph.D.

### **Poděkování**

Děkuji vedoucímu diplomové práce prof. Ing. Petru Horylovi, CSc., dr.h.c za jeho podporu, trpělivost a rady při tvorbě této práce.

Děkuji také Ing. Tomáši Blejchařovi, Ph.D. za jeho cenné rady a připomínky v oblasti proudění a CFD simulací

# ***PŘÍLOHY***

Příloha A – Výpočet sdružených fyzikálních vlastností stěny v programu MathCad

Příloha B – Výpočet součinitele přestupu tepla pro ohřívání v programu MathCad

Příloha C – Výpočet součinitele přestupu tepla pro ochlazování v programu MathCad

Příloha D – Průběhy dalších veličin v čase

#### SDRUŽENÝ SOUČINITEL TEPELNÉ VODIVOSTI

$$\lambda_{ocel} := 48 \frac{W}{m \cdot K} \quad \lambda_{pol} := 0.03 \frac{W}{m \cdot K}$$

$$t_{ocel} := 2mm \quad t_{pol} := 15mm$$

$$\lambda_c := \frac{t_{ocel} + t_{pol}}{\frac{t_{ocel}}{\lambda_{ocel}} + \frac{t_{pol}}{\lambda_{pol}}}$$

$$\lambda_c = 0.034 \frac{m \cdot kg}{K \cdot s^3}$$

#### SDRUŽENÁ TEPELNÁ KAPACITA

$$\rho_{pol} := 80 \frac{kg}{m^3} \quad \rho_{ocel} := 7850 \frac{kg}{m^3} \quad t_{ocel} := 2mm \quad t_{pol} := 15mm \quad t_A := 17mm$$

$$c_{ocel} := 460 \frac{J}{kg \cdot K} \quad c_{pol} := 1260 \frac{J}{kg \cdot K} \quad A_A := 1m^2$$

$$\rho_A := \frac{m_A}{A_A \cdot t_A} \quad m_A := A_A \cdot (\rho_{ocel} \cdot t_{ocel} + \rho_{pol} \cdot t_{pol})$$

$$m_A = 16.9kg$$

$$\rho_A = 994.118 \frac{kg}{m^3}$$

$$c_{cel} := \frac{A_A \cdot (\rho_{ocel} \cdot t_{ocel} \cdot c_{ocel} + \rho_{pol} \cdot t_{pol} \cdot c_{pol})}{m_A}$$

$$c_{cel} = 516.805 \frac{m^2}{K \cdot s^2}$$

Příloha B – Výpočet součinitele přestupu tepla pro ohřívání v programu MathCad

$$g := 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \lambda := 0.0244 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$c := 1005 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \nu := 1.328 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \quad \rho := 1.293 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$T := 250.15\text{K} \quad T_u := 273.15\text{K}$$

$$T_s := 293.15\text{K}$$

1. Horní stěna

$$l := 2.2\text{m} \quad T_a := T_s - T$$

$$a := \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad \beta := \frac{1}{T_u} \quad T_a = 43\text{K}$$

$$Ra := \frac{g \cdot l^3}{\nu \cdot a} \cdot \beta \cdot (T_s - T) \quad a = 1.878 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$Ra = 6.592 \times 10^{10} \quad Pr := \frac{\nu}{a}$$

$$cc := 0.135 \cdot 1.3 \quad n := \frac{1}{3} \quad Pr = 0.707$$

$$Nu := cc \cdot Ra^n$$

$$Nu = 708.959$$

$$\alpha := \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$$

$$\alpha = 7.863 \frac{\text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$



## 2. dolní stěna

$$l := 2.2\text{m}$$

$$a := \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad \beta := \frac{1}{T_u} \quad T_a := T_s - T$$

$$T_a = 43\text{ K}$$

$$Ra := \frac{g l^3}{a \cdot \nu} \cdot \beta \cdot (T_s - T)$$

$$Ra = 6.592 \times 10^{10}$$

$$cc := \frac{0.135}{1.3} \quad n := \frac{1}{3}$$

$$Nu := cc \cdot Ra^n$$

$$Nu = 419.503$$

$$\alpha := \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$$

$$\alpha = 4.653 \frac{\text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$

## 3. boční stěny

$$l := 1.4\text{m}$$

$$T_a := T_s - T$$

$$a := \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad \beta := \frac{1}{T_u}$$

$$T_a = 43\text{ K}$$

$$Ra := \frac{g l^3}{a \cdot \nu} \cdot \beta \cdot (T_s - T)$$

$$Ra = 1.699 \times 10^{10}$$

$$cc := 0.135 \quad n := \frac{1}{3}$$

$$Nu := cc \cdot Ra^n$$

$$Nu = 347.043$$

$$\alpha := \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$$

$$\alpha = 6.048 \frac{\text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$

#### 4. zadní stěna

$$l := 1.4\text{m}$$

$$a := \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad \beta := \frac{1}{T_u} \quad T_a := T_s - T$$

$$Ra := \frac{\text{g} \cdot \text{l}^3}{a \cdot \nu} \cdot \beta \cdot (T_s - T) \quad T_a = 43\text{K}$$

$$Ra = 1.699 \times 10^{10}$$

$$cc := 0.135 \quad n := \frac{1}{3}$$

$$Nu := cc \cdot Ra^n$$

$$Nu = 347.043$$

$$\alpha := \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$$

$$\alpha = 6.048 \frac{\text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$

#### 5. přední stěna

$$l := 1\text{m}$$

$$a := \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad \beta := \frac{1}{T_u} \quad T_a := T_s - T$$

$$T_a = 43\text{K}$$

$$Ra := \frac{\text{g} \cdot \text{l}^3}{a \cdot \nu} \cdot \beta \cdot (T_s - T)$$

$$Ra = 6.191 \times 10^9$$

$$cc := 0.135 \quad n := \frac{1}{3}$$

$$Nu := cc \cdot Ra^n$$

$$Nu = 247.888$$

$$\alpha := \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$$

$$\alpha = 6.048 \frac{\text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$

# 6. sákmá prední stena

$$l := 0.65\text{m}$$

$$T_a := T_s - T$$

$$a := \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad \beta := \frac{1}{T_u} \quad T_a = 43\text{ K}$$

$$Ra := \frac{g l^3}{a \cdot \nu} \cdot \beta \cdot (T_s - T)$$

$$Ra = 1.7 \times 10^9$$

$$cc := 0.135 \cdot 1.3 \quad n := \frac{1}{3}$$

$$Nu := cc \cdot Ra^n$$

$$Nu = 209.465$$

$$\alpha := \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$$

$$\alpha = 7.863 \frac{\text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$

Příloha C – Výpočet součinitele přestupu tepla pro ochlazování v programu MathCad

$$g := 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \lambda := 0.027 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \quad \rho := 1.15 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$c := 1005 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad \nu := 1.6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$T := 306.15 \text{K} \quad T_u := 300.15 \text{K}$$

$$T_s := 293.15 \text{K}$$

1. Horní stěna

$$l := 2.2 \text{m}$$

$$T_a := T - T_s$$

$$T_a = 13 \text{K}$$

$$a := \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad \beta := \frac{1}{T_u}$$

$$Ra := \frac{g \cdot l^3}{a \cdot \nu} \cdot \beta \cdot (T - T_s) \quad a = 2.336 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$Ra = 1.21 \times 10^{10}$$

$$Pr := \frac{\nu}{a}$$

$$Pr = 0.685$$

$$cc := 0.135 \cdot 1.3 \quad n := \frac{1}{3}$$

$$Nu := cc \cdot Ra^n$$

$$Nu = 402.904$$

$$\alpha := \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$$

$$\alpha = 4.945 \frac{\text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$

## 2. dolní stěna

$$l := 2.2\text{m}$$

$$T_a := T_s - T$$

$$a := \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad \beta := \frac{1}{T_u}$$

$$T_a = -13\text{K}$$

$$Ra := \frac{g l^3}{a \cdot \nu} \cdot \beta \cdot (T - T_s)$$

$$Ra = 1.21 \times 10^{10}$$

$$n := \frac{1}{3}$$

$$cc := \frac{0.135}{1.3}$$

$$Nu := cc \cdot Ra^n$$

$$Nu = 238.405$$

$$\alpha := \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$$

$$\alpha = 2.926 \frac{\text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$

## 3. boční stěny

$$l := 1.4\text{m}$$

$$a := \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad \beta := \frac{1}{T_u}$$

$$T_a := T_s - T$$

$$Ra := \frac{g l^3}{a \cdot \nu} \cdot \beta \cdot (T - T_s)$$

$$T_a = -13\text{K}$$

$$Ra = 3.118 \times 10^9$$

$$n := \frac{1}{3}$$

$$cc := 0.135$$

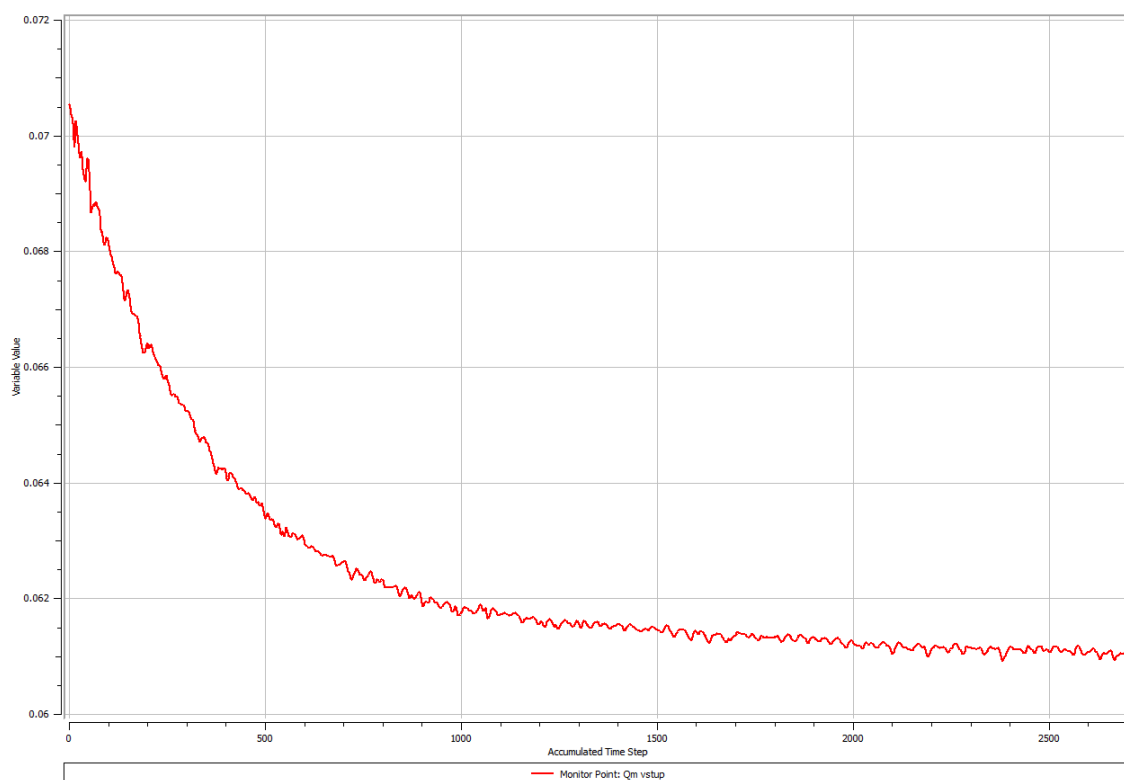
$$Nu := cc \cdot Ra^n$$

$$Nu = 197.226$$

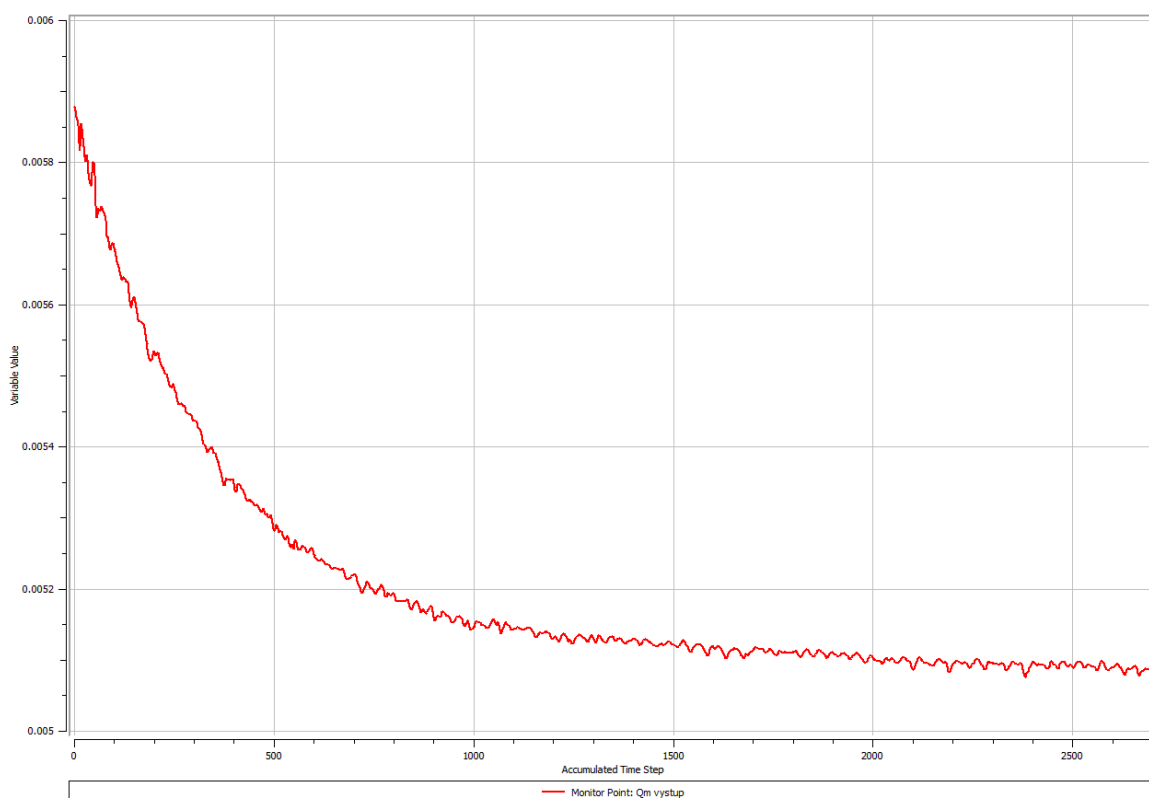
$$\alpha := \frac{Nu \cdot \lambda}{l}$$

$$\alpha = 3.804 \frac{\text{kg}}{\text{K} \cdot \text{s}^3}$$

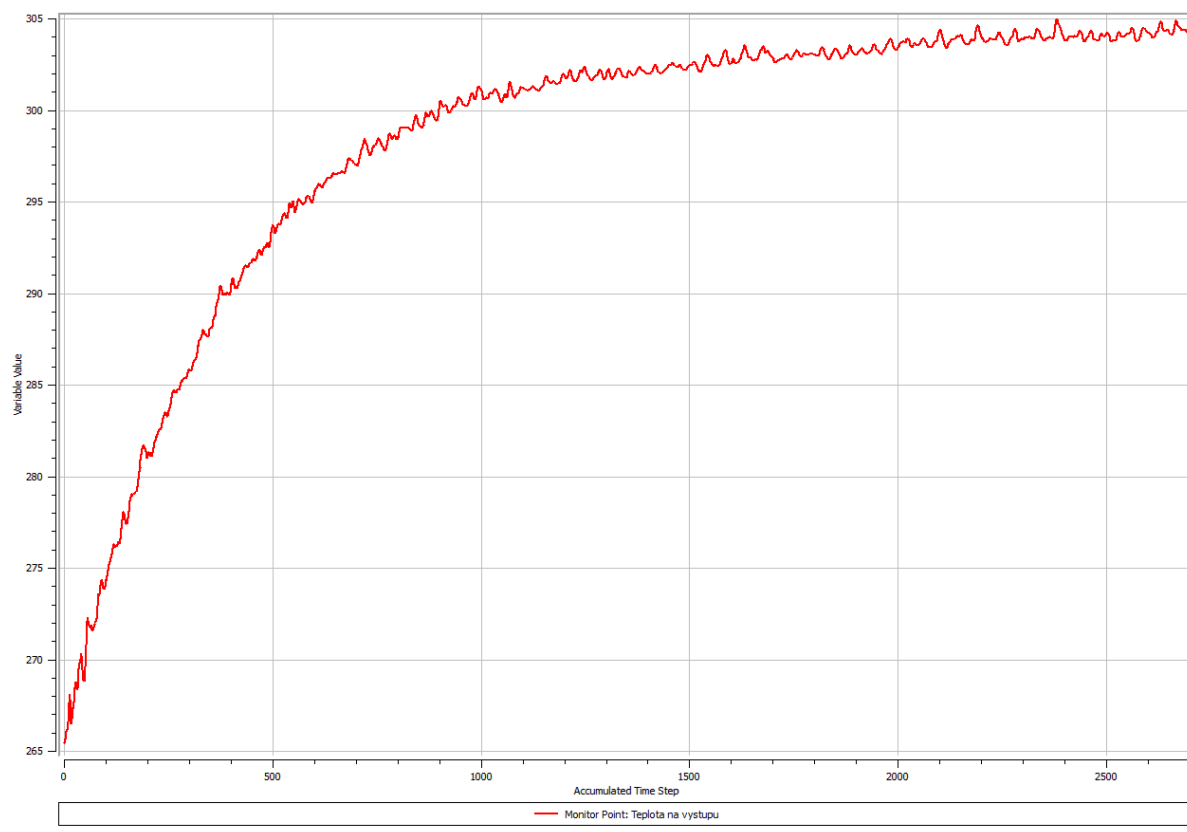
## Příloha D – Průběhy dalších veličin v čase



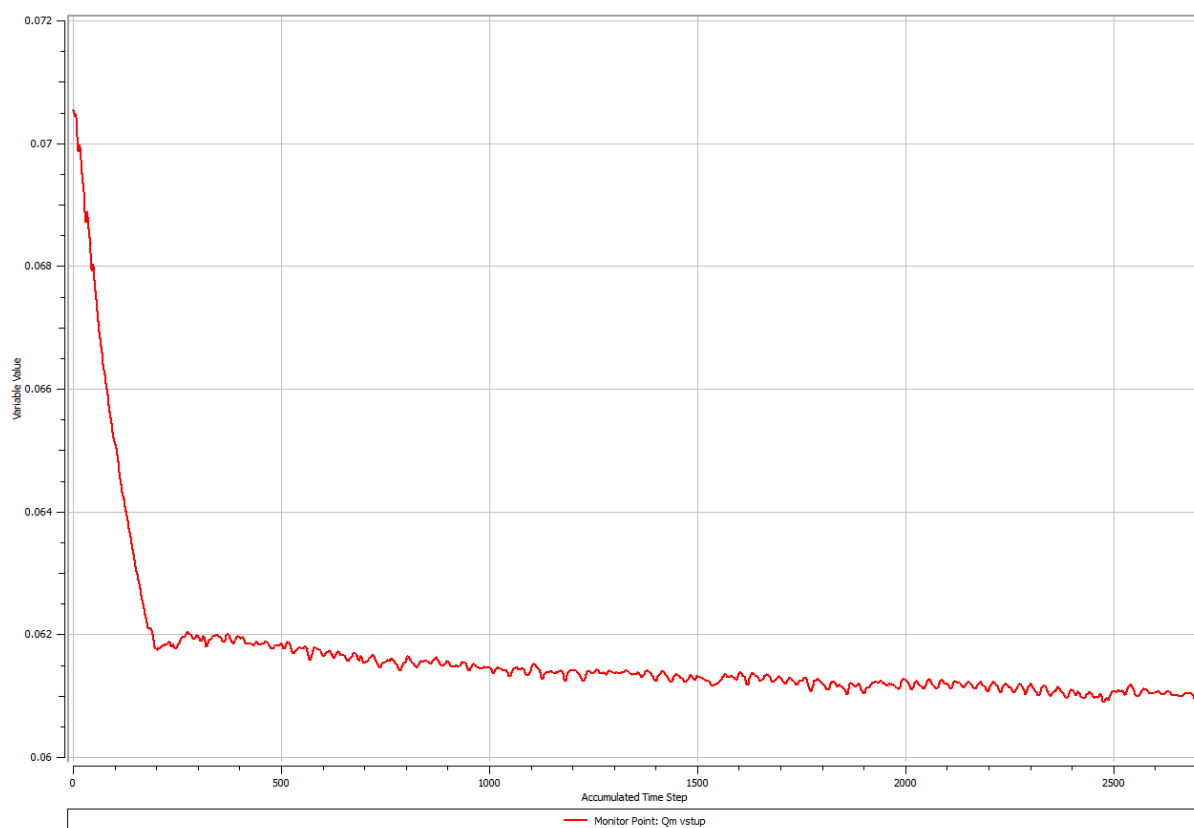
Obrázek 48 – Průběh hmotnostního průtoku při ohřívání v místě nasávání vzduchu



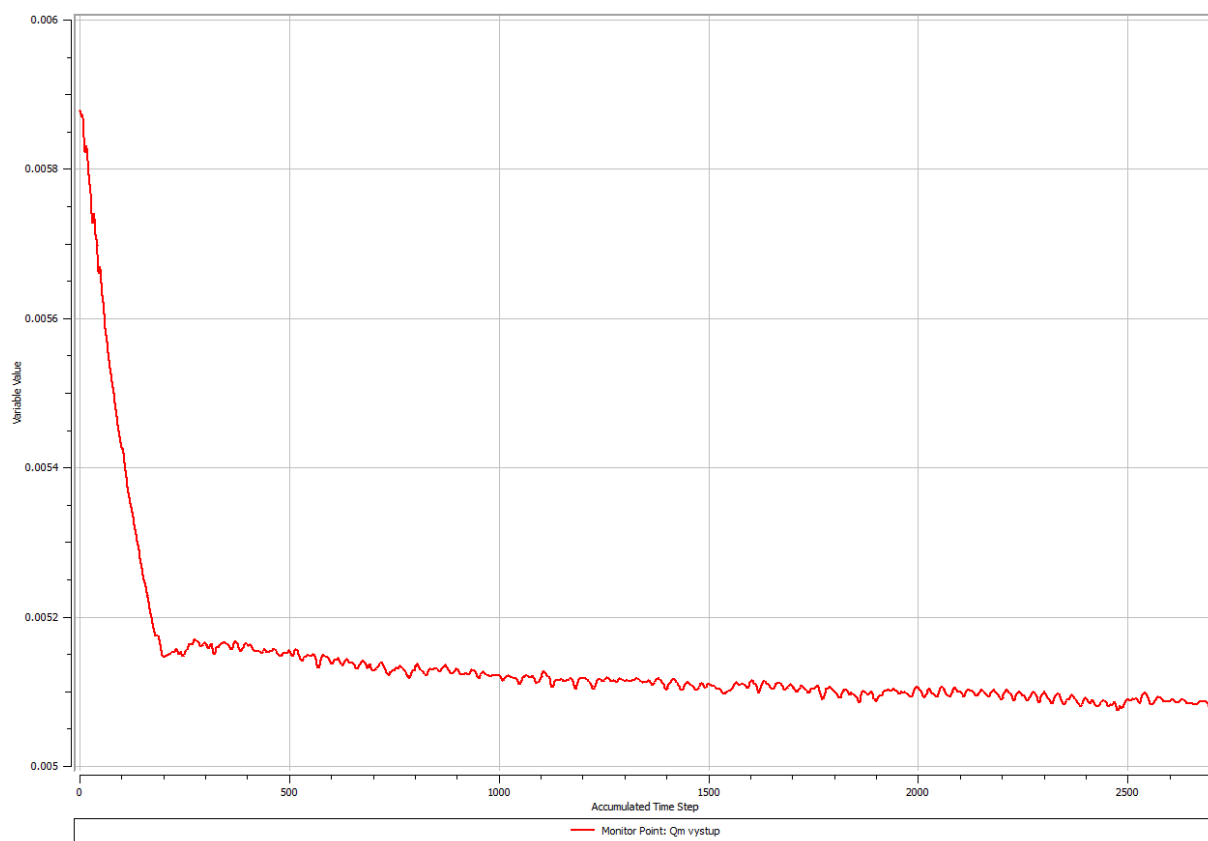
Obrázek 49 – Průběh hmotnostního průtoku při ohřívání v místě výfuků



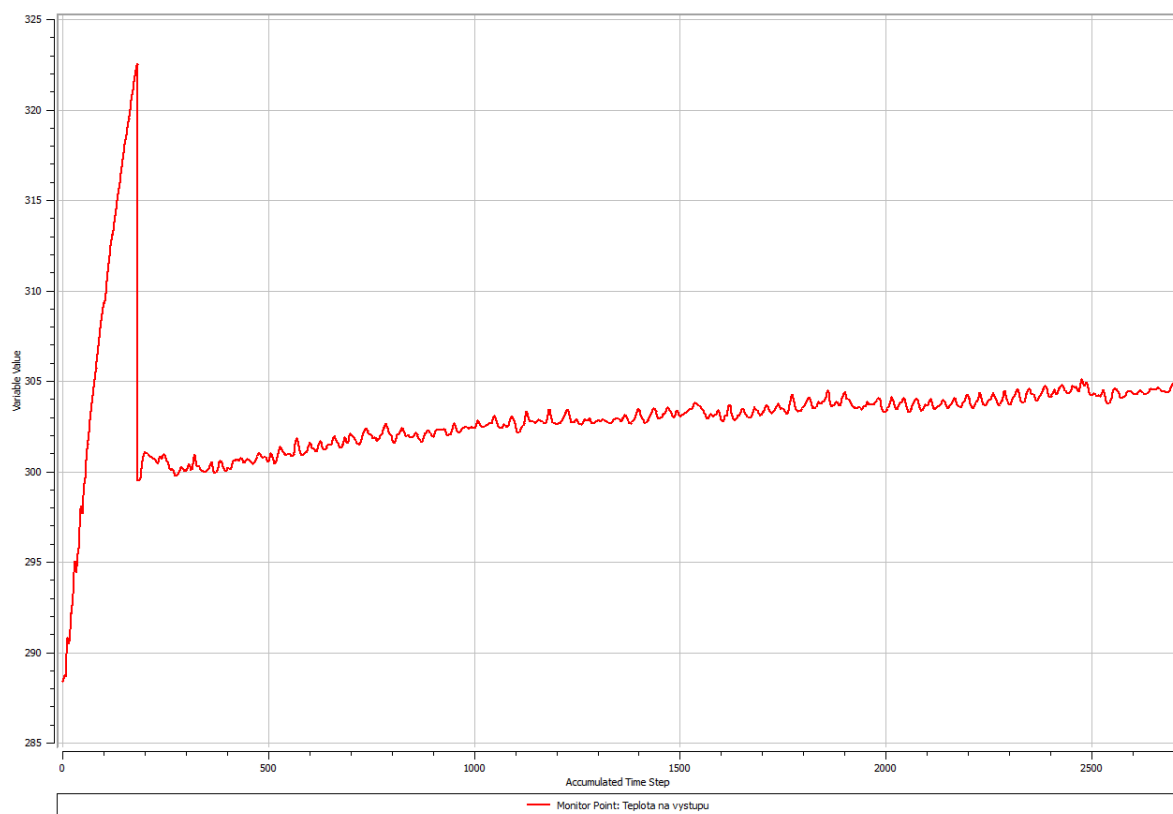
Obrázek 50 – Průběh teploty při ohřívání v místě výfuků



Obrázek 51 – Průběh hmotnostního průtoku při zrychleném ohřívání v místě nasávání



Obrázek 52 – Průběh hmotnostního průtoku při zrychleném ohřívání ve výfukových bodech



Obrázek 53 – Průběh teploty při zrychleném ohřívání v místě výfuků